Staatl. Bibliothek
Regensburg

I. 120. 1.
Philos 2389.I

Die ersten Anfangsgründe der Geometrie

als Stoff zu Denk- und Sprechübungen benützt.

Zum Gebrauche für ungeübte Lehrer in Bürgerschulen und den untern Classen der Gymnasien

herausgegeben von

D. J. P. Pöhlmann.

Erstes Bändchen.

Fürth,
im Bureau für Litteratur.
1804.

/Km

Vorrede.

Obgleich die Mathematik einen ganz vortrefflichen Stoff zu fruchtbaren Unterhaltungen mit der Jugend darbietet, und der Werth, welchen eine gewisse Masse von Kenntnissen aus dieser Wissenschaft auch für den Landmann, den Handwerker und Künstler hat, unmöglich verkannt werden kann: so findet man sie doch immer nur noch in den Lectionsverzeichnissen der obern Classen der Gymnasien mit aufgeführt. In die untern Classen dieser Anstalten, und in die Bürgerschulen hat man ihr, entweder als einer unnöthigen oder für die Zöglinge dieser Anstalten noch zu schweren Wissenschaft, bisher noch keinen Eingang verstatten wollen. Einige gewiß sehr seltene Ausnahmen, welche etwa dieser meiner Behauptung entgegengesetzt werden könnten, und der Umstand, daß in den zuletzt erwähnten Bildungsanstalten etwas Arithmetik ganz mechanisch getrieben wird, begründen noch gar nicht

die Behauptung des Gegentheils. Man kann gewiß unter tausend Schulen 999 antreffen, wo kein einziger Schüler einen Begriff von einem Quadrat oder Oblong hat, oder nur weiß, was für ein Unterschied zwischen einer schiefen und krummen Linie ist.

Aber auch in den Schulen, wo man erwähnte Wissenschaft unter die Unterrichts-Gegenstände mit aufgenommen hat, benützt man sie gewöhnlich bey weitem noch nicht so, als sie benützt werden könnte und sollte, ich meyne als Stoff zu eigentlichen, das Nachdenken weckenden, mehrere Seelenkräfte in Thätigkeit setzenden, Unterhaltungen mit der Jugend. In den meisten Fällen steht der Lehrer der Mathematik an der schwarzen Tafel und definirt, macht seine Constructionen und demonstrirt mit aller Gelehrsamkeit, ohne oft nur im geringsten zu ahnen, daß vielleicht die meisten seiner Schüler nur Worte hören und durchaus keine Begriffe bekommen.

Der Grund einer solchen Methode ist ein Irrthum, in welchem so viele Gelehrte schweben, und von welchem sie sich um so weniger losmachen können, je bekannter sie mit ihrer Wissenschaft, je unbekannter aber mit den Grundsätzen einer dem Knaben- und Jünglingsalter angemeßnen Lehrart sind. Sie hegen näm-

nämlich die Meynung, daß diejenigen Begriffe, zu denen sie selbst erst durch angestrengtes Nachdenken und langes und fleißiges Forschen gelangt, mit denen sie durch vieljährigen Umgang, daß ich so sage, vertraut geworden sind, und die ihnen nun so ganz licht und deutlich vor der Seele schweben, daß sie sich das Gegentheil fast kaum mehr als möglich denken können, mit dem Strome der Worte, womit sie sie bezeichnen, hinüber in die Seele des im Denken noch ungeübten, für abstracte Begriffe wenig empfänglichen und ganz unvorbereiteten Knaben oder Jünglings strömen, diesem nun auf Ein Mahl, so hell als ihnen selbst vorschweben, und von ihm in ihrem ganzen Zusammenhange, als Glieder Einer Kette aufgefaßt werden müßten: und sie wundern sich daher gar höchlich, wenn sie oft nach Jahre langem Vordociren bemerken, daß ihre Schüler von dem ganzen Cursus rein nichts verstanden und höchstens — einige Formeln im Gedächtnisse behalten haben.

Zur Abhülfe dieser Unvollkommenheiten, die noch so vielen für die frühere Jugend bestimmten Bildungs-Anstalten zum Vorwurfe gereichen, ich meyne des

gänzlichen Mangels, oder der nicht ganz zweckmäßigen Art des mathematischen Unterrichts will ich durch diese Schrift in so fern ein kleines Scherflein beytragen, als durch dieselbe Lehrer, welche entweder glauben, daß man mit Kindern auf keine verständliche Art über die ersten Anfangsgründe der Mathematik sprechen könne, oder es für hinlänglich halten, mathematische Wahrheiten vorzusagen und zu demonstriren, veranlaßt werden können, sich vom Gegentheile zu überzeugen. Zwar habe ich schon einen Michelsen, Winterfeld und den Altonaer Ungenannten zu Vorgängern, und ich weiß gar wohl, wie schätzenswerth insbesondere die Werke der erstern dieser Männer sind. Indessen jeder hat seine eigne Weise und seinen eignen Plan, und ein Lehrer, dem es um eine gute Methode zu thun ist, studirt gern die Werke mehrerer Methodiker und eignet sich aus jedem das Beste zu. So mache ich es wenigstens gern und ich finde immer ein Vergnügen und Belehrung darin, zu sehen, wie der eine und der andere Lehrer seine Schüler zum Ziele zu führen sucht, und komme, indem ich ihre Methoden vergleiche, prüfe und anwende auf Gedanken, auf die ich ohne diese Veranlassung vielleicht nicht gekommen seyn würde. Denken hierin noch mehrere Lehrer

wie

wie ich, so möchte ja wohl dieser Umstand mich entschuldigen, daß ich als der Vierte in die Reihe der vorhin genannten Männer trete. Ob ich mit Ehren da stehen könne, mögen — nicht bloß Mathematiker von Profession — denn hier ist nicht die Rede von einem Lehrbuche der Geometrie — sondern practische Pädagogen, anerkannt gute Methodiker, welche mit mir der Meynung sind, daß bey jedem Unterrichte die Seelenkräfte der Schüler auf mannigfaltige Art in Thätigkeit gesetzt und geübt werden müssen, und also auf das Formelle desselben eben so viel, vielleicht noch mehr, als auf das Materielle ankomme, entscheiden. Dürfte ich auf meine Erfahrungen verweisen und sagen, daß ich durch die hier vorgelegte Methode, und durch Fleiß und Unverdroßenheit beym Unterrichte wißbegierige 9—12 jährige Knaben und Mädchen in der Geometrie oft so weit gebracht und dabey ihre Urtheilskraft so geschärft, ihre Fertigkeit im ordentlichen und bestimmten Gedankenausdrucke (auf welchen Umstand ich freylich auch in allen andern Lectionen Rücksicht nehme,) so erhöht habe, daß der berühmte Mathematiker Mayer, als er noch eine Zierde der hiesigen Universität war, einst nach einer öffentlichen Prüfung

meiner Zöglinge sagte: „ich wäre sehr froh, wenn alle Studenten so vorbereitet, wie diese Kinder sind, in meinen Hörsaal kämen," so könnte ich dadurch meine Vermuthung, daß diese Schrift vielleicht mehrern in der Unterrichtskunst ungeübten Lehrern nützlich, und also nicht ganz überflüßig seyn dürfte, wenigstens einiger Massen rechtfertigen.

Daß ich mich übrigens bald von dem einen, bald von dem andern meiner Vorgänger dadurch unterscheide, daß ich darauf ausgehe, Kindern mathematische Kenntnisse auf eine ihrer Natur angemeßne Weise, d. h. durch Hülfe sinnlicher Anschauungen, beyzubringen und sie ihnen, durch mancherley Wendungen, recht anzueignen; verschiedene ihrer Seelenkräfte dabey auf mannigfaltige Weise in Thätigkeit zu setzen; sie zur Ordnung, Richtigkeit und Bestimmtheit im Ausdrucke ihrer Gedanken zu gewöhnen; sie im mechanischen und geometrischen Verzeichnen mathematischer Figuren und im Schätzen verschiedner ausgedehnter Größen nach dem Augenmaße zu üben; daß ich ihnen ferner weder Antworten, welche sie — waren sie anders aufmerksam — nicht geben können, noch ganz willkührliche Gegenreden in den Mund lege, und mich

end-

endlich nur auf die allerersten Anfangsgründe der Geometrie, welche ich in einem zweyten Bändchen gar liefern zu können glaube, beschränke, wird dem aufmerksamen Leser leicht in die Augen fallen.

Die Ordnung in welcher ich die Materien auf einander folgen lasse, ist im Ganzen genommen die von Ebert angenommene, weil dessen Lehrbuch*), das schon die vierte Auflage erlebt hat, in vieler Lehrer Händen ist.

Zur Versinnlichung bediene ich mich eines ganz einfachen Apparats, den sich jeder Lehrer leicht anschaffen kann. Folgende Stücke, deren Größe natürlich willkührlich ist, machen den Theil seiner Bestandtheile aus, welcher zu diesem Bändchen gehört, und worauf ich mich in den Unterredungen beziehe.

Nro. 1. Ein Stück Holz (Parallelepipedum) 4 Zoll lang, 1 Zoll breit, 1/2 Zoll dick.

Nro. 2. Ein Stück Holz von 6 Zoll Länge, 2 Zoll Breite und 1 Zoll Dicke.

*) Unterweisung in den philosophischen und mathematischen Wissenschaften rc. Leipzig, bey Hertel, 1796.

Nro. 3. Zwey gleiche rechtwinklichte hölzerne Dreyecke, die ich a und b nenne, wovon jeder Cathetus 2 Zoll lang ist, die also, wenn sie an der Hypothenuse zusammen gelegt werden, ein Quadrat bilden. Ihre Dicke ist 1/2 Zoll, so daß beyde Stücke mit Nro. 1. einerley Größe haben.

Nro. 4. Ein Stück Holz 4 1/2 Zoll lang, 3 1/2 Zoll breit, 1 Zoll dick. Die eine von den größern Flächen desselben, welche ich A nenne, ist mit Spiegelglas belegt, um eine ebene Fläche bey der Hand zu haben. Die dieser entgegen gesetzte Seite, die ich mit B bezeichne, ist mit einem Hohlkehl- und Stabhobel behobelt, so daß eine Linie, quer über dieselbe gezogen, eine Schlangenlinie, die Fläche also krumm ist. Eine auf dieser Fläche nach der Breite gezogene Linie nenne ich c d, eine nach der Länge gezogene m n.

Nro. 5. Vier hölzerne Stäbe von einerley Größe. Ihre Länge ist 1 Schuh rheinl., ihre Breite 1/2 Zoll, ihre Dicke 2 Linien. In gleichen Entfernungen von 1 Zoll hat jeder ein kleines Loch, wie Nro. 3 Tab. IV. zeigt. Hiezu gehören vier kleine Schräubchen mit viereckigten Köpfchen und Mütterchen, vermittelst welcher man je zwey und

zwey an einander schrauben und Winkel bilden, oder alle vier zur Darstellung eines Quadrats, Rhombus, Rechtecks, Rhomboides, von verschiedner Größe vereinigen kann. Auf einem dieser Stäbe, den ich Nro 5. a nenne, ist die duodecimal, auf einem andern, der Nro. 5. b heißt, die decimal Eintheilung in Zollen und Linien angebracht.

Nro. 6. Ein Werkzeug, wie fig. 80. Tab. IV. es darstellt, um damit Triangel von jeder Art und von verschiedner Größe ohne Mühe bilden und das Decken dieser Figuren recht bequem versinnlichen zu können. Es besteht aus drey hölzernen Stäben, wovon AB, so wie CD 10, EF aber 18 Zoll lang ist. AB und CD haben an den Enden B und D, wo sie auf einander liegen, ein kleines Loch, durch welches das mit einem Mütterchen versehene Schräubchen oder auch nur der vernietete Stift a läuft, an welchem sich beyde wie die Füße eines Zirkels bewegen. Auf die nämliche Weise ist EF u. CD bey E u. C vereinigt. Vermittelst der Schlitze bc in dem Stabe EF, und ef im Stabe AB, und des ebenfalls mit einem Mütterchen versehenen Schräubchens g kann man jede Art von Triangeln von verschiedner Größe

sehr

sehr bequem bilden. Soll z. B. der Winkel x vergrößert und also die Seite mn des Triangels xmn verlängert werden, so zieht man das Mütterchen des Schräubchens g vermittelst eines besondern dazu verfertigten Schlüßels um einige Schraubengänge zurück und entfernt den Schenkel AB von CD, wobey das Schräubchen g in dem Schlitze bc zugleich mit nach F hinrückt. Hat der Winkel x die verlangte Größe, so wird das Mütterchen vorwärts geschraubt und so das Ganze befestigt. Auf die nämliche Weise kann der Winkel n nebst der Seite xm vergrößert und verkleinert werden.

Nro. 7. Ein hölzerner Zirkel, der an dem einen Fuße einen eisernen Stift an dem andern die gewöhnliche Einrichtung zur Befestigung eines Stückes Kreide hat.

Nro. 8. Eine Winkelscheibe. So nenne ich ein Werkzeug, womit man Winkel von verschiedner Größe sehr bequem bilden kann. Um es zu erhalten, klebt man fig. 81. Tab. V. auf ein rundes Bretchen, schlägt in den Punct C eine abgekippte und wieder spitzig zu gefeilte Stecknadel, um welche man vorher ein aus zwey rothen seid-

nen

nen Fäden gedrehtes Schnürchen geschlungen hat, bis an den Kopf, doch so ein, daß das Schnürchen genug Spielraum zum Umdrehen hat, belegt den Raum ABDE mit einem bunten Streifen Papier, und bemerkt auf dem Bretchen (nicht auf dem aufgeklebten Papiere, damit die Ziffern den Kindern nicht leicht in die Augen fallen,) mit Bleystift die Zahl der Grade von 5 zu 5, wie sie auf einem Transporteur bemerkt sind. Diese ganze Winkelscheibe ist im kleinen abgebildet Tab. IV. Nro. 2. Dieses Werkzeugs kann man sich auch öfters da bedienen, wo ich in den Unterredungen auf Nro. 5. verweise.

Nro. 9. Ein Würfel, dessen Seite 2 Zoll hält.

Nro. 10. Ein Würfel, dessen Seit 1 Zoll hält.

Nro. 11. Zwey gleiche und ähnliche Dreyecke, welche den fig. 61 abgebildeten geometrisch ähnlich, aber beträchtlich größer als diese und etwa 1 oder 2 Linien dick sind.

Dieser ganze Apparat, bey welchem sich noch ein kleines Reißbret*) mit einer Reißschiene und ein messinger

*) Auf einem solchen Reißbretchen kann man mit weit mehr Bequemlichkeit Figuren zeichnen, als auf eine Schiefertafel, wo der eine Fuß des Zirkels immer ausglitscht.

finger Zirkel befindet, ist bey mir immer vorräthig und ich liefere ihn denen, die sich ihn nicht selbst wollen verfertigen lassen, theils aus Birn- oder Zwetschgen-baum- theils aus Lindenholz sauber gearbeitet in einem besondern Kästchen für 4 fl. 36 kr. rheinl. die Emballage mit eingerechnet.

Dieser Preiß findet aber nur Statt, wenn man erwähnten Apparat unmittelbar von mir bezieht. Wer ihn durch Buchhandlungen verschreiben läßt, muß diesen ihre Mühe besonders vergüten, weil ich ihnen keinen Rabatt geben kann.

Zugleich muß ich bemerken, daß unangenehme Erfahrungen mich nöthigen, nie etwas ohne baare, und ohne frankirt eingesandte Bezahlung zu verschicken.

Erlangen, den 24. März
1804.

Der Verfasser.

Inhaltsverzeichniß.

Erster Abschnitt.

Erklärungen, Forderungen und Grundsätze.

Seite

A) Erklärungen.
- a) Körper 1
- b) Flächen, Linien und Puncte 10
- c) Gerade und krumme Linien 23
- d) Gerade und krumme Flächen 28
- e) Parallellinien 35
- f) Winkel 37
- g) Figur 70
- h) Dreyecke 76
- i) Vierecke 81
- k) Kreis 90
- l) Eintheilung der Kreislinie in Grade 2c. 107
- m) Messen. Längen- und Flächenmaß 111
- n) Maß eines Winkels 130
- o) Was heißt: Flächen, Linien und Winkel decken einander? 144
- p) Wenn sagt man: Körper oder Flächen oder Linien sind einander gleich? 149
- q) Wenn sagt man: Figuren sind einander ähnlich? 154
- r) Willkührliche Zeichen 163

B) Forderungen 166

C) Grundsätze 172

Zwey-

Zweyter Abschnitt.

Von Linien, Winkeln und Figuren in Ansehung ihrer Gleichheit.

Seite

1 — 5ter Satz. Merkmahle der Congruenz zweyer Dreyecke 207 — 255

6ter Satz. Ein gleichseitiges Dreyeck über eine gegebene Linie zu beschreiben 255

7ter Satz. Aus zwey gegebenen Linien ein gleichschenklichtes Dreyeck zu beschreiben 262

8ter Satz. Aus drey gegebenen Linien ein Dreyeck zu beschreiben 270

9ter Satz. An einen gegebenen Punct einer geraden Linie einen Winkel zu setzen, der einem gegebenen Winkel gleich ist 276

10ter Satz. Aus einem gegebenen Puncte einer geraden Linie eine senkrechte Linie zu ziehen 283

11ter Satz. Aus einem gegebenen Puncte außerhalb einer geraden Linie eine senkrechte Linie auf dieselbe zu ziehen 291

12ter Satz. Eine gerade Linie zu halbiren 297

13ter Satz. Einen Winkel zu halbiren 304

14ter Satz. Alle Winkel, die über einer geraden Linie liegen und in einem Puncte derselben zusammen stoßen, sind äqual zwey rechten 308

15ter Satz. Alle Winkel, die um Einen Punct herum liegen und in demselben zusammen stoßen, sind äqual vier rechten 316

16ter Satz. Verticelwinkel sind einander gleich. 319

Erster

Erster Abschnitt.

Erklärungen, Forderungen und Grundsätze.

A) Erklärungen.

a) Körper.

L., (welcher Nro. 1. und Nro. 5. a. vor sich hat). Fritz, nimm dieses Stückchen Holz nebst diesem kleinen Maßstabe, und miß damit die Länge des erstern. Verstehst du mich, und weißt du jetzt, was du thun sollst? Kind. Ja.

L. Was sollst du denn thun? K. Ich soll die Länge dieses Stückchens ꝛc.

L. Gut! Thue dieses nun. K. (thut es).

L. Wißt ihr Andern, was Fritz jetzt gethan hat? K. Er hat die Länge eines Stückchens Holz gemessen.

L. Wie lang ist es denn? K. Vier Zoll.

L. Können wir wohl außer der Länge an diesem Holze noch etwas messen? K. O ja.

L. Was denn? K. Seine Breite und Dicke.

L. Richtig! Nun sage mir, Fritz, was wir alles an diesem Holze messen können. K. Seine Länge, Breite und Dicke.

L. Kennst du wohl mehr Dinge, welche eine Länge, Breite und Dicke haben? K. Ja.

L. So nenne mir einige. K. Der Tisch, die Bank, das Buch rc.

L. Wißt ihr, was Fritz von den erst genannten Dingen behauptet? K. Ja.

L. Was behauptet er denn von ihnen? K. Daß sie Länge, Breite und Dicke haben.

L. Was eine Länge, Breite und Dicke hat, von dem kann man auch sagen: es ist nach allen Richtungen, oder nach allen Gegenden zu ausgedehnt. An Statt zu sagen: dieses Stück Holz hat eine Länge, Breite und Dicke, kann ich also auch sprechen — nun wie? K. Dieses Stück Holz ist nach allen Gegenden zu ausgedehnt.

L. Wie viel sind es denn Gegenden oder Richtungen, nach welchen dieses Holz ausgedehnt ist? K. Drey.

L. Sinnt einmahl nach und sagt mir, ob ein Stück Holz oder sonst etwas nicht nach mehr als nach 3 Richtungen zu ausgedehnt seyn kann. K. Wir glauben nicht.

L. Aber wie? kann denn nicht etwas der Länge, Dicke, Breite und Höhe nach ausgedehnt seyn? K. Nein; denn Länge und Höhe (Dicke und Höhe, Breite und Höhe) ist oft einerley *).

L. Gut geantwortet! Wenn wir unsern Kirchthurm hoch nennen, so schreiben wir ihm keine Länge, son-

*) Ich setze die Antwort bedachtsamer Kinder her.

sondern nur noch Dicke und Breite zu, und von einer Mauer sagen wir z. B.: sie ist 30 Ellen lang, $\frac{1}{2}$ Elle dick und 6 Ellen hoch, und nun schreiben wir ihr keine Breite zu. Behaltet also nur immerhin diese Wahrheit: Von den Dingen, welche Ausdehnung haben, kann keines nach mehr als nach drey verschiedenen Richtungen ausgedehnt seyn. — Wenn ich auf diesem Holze etwa mit einem Bleystifte 3 Linien *), und zwar die eine nach der Länge, die andere nach der Breite und die dritte nach der Dicke zöge: würden sie da wohl einander gleich seyn? K. Nein.

L. Könnt ihr mir wohl sagen, welches die größte (längste) seyn würde? K. Diejenige, welche Sie nach der Länge zögen.

L. Da muß also dieses Holz von da bis daher (mit dem Finger der Länge nach über das Holz fahrend) seine größte Ausdehnung haben. Könnten wir wohl diese größte Ausdehnung messen? K. Ja.

L. Natürlich! Fritz hat sie ja vorhin schon gemessen. Sprach ich aber zu ihm, als er sie messen sollte: miß die größte Ausdehnung dieses Holzes? K. Nein.

L. Wie sprach ich denn? K. Miß die Länge rc.

L. Würde er aber etwas anders als die Länge haben messen sollen, wenn ich gesagt hätte: miß seine größte Ausdehnung? K. Nein.

 L. Rich-

*) Es thut hier nichts zur Sache, wenn sich die Kinder nur das Bild einer mathematischen Linie und diese nicht selbst denken.

L. Richtig! Nun werdet ihr mir wohl sagen können, was man Statt des Ausdrucks: die Länge dieses Holzes, noch für einen andern gebrauchen könnte. K. Den: die größte Ausdehnung rc.

L. Gut! Was mag man denn wohl überhaupt unter der Länge eines Dinges, welches nach allen drey Richtungen ausgedehnt ist, verstehen? K. Seine größte Ausdehnung.

L. Und wie nennt man umgekehrt die größte Ausdehnung eines Dinges? K. Seine Länge.

L. Sagt man wohl von einem noch in der Erde stehenden Baume: er ist 30 Ellen lang? K. Nein.

L. Wie spricht man denn gewöhnlich? K. Der Baum — — hoch.

L. Nennt man also immer die größte Ausdehnung eines Dinges seine Länge? K. Nein.

L. Wie nennt man sie sonst noch bisweilen? K. Seine Höhe.

L. Recht! Daß man aber oft mit den Wörtern Höhe und Länge einerley Ausdehnung eines Dinges anzeigt, seht ihr daraus, daß man von einem umgehauenen Baume nicht mehr sagt: er ist 30 rc. Ellen hoch, sondern: er ist 30 rc. Ellen lang. Nun sagt mir doch, ob ein Graben auch nach allen drey Richtungen zu ausgedehnt ist? K. Ey freylich.

L. Nennt mir doch die drey Richtungen, nach denen er ausgedehnt ist. K. Länge, Breite und — Tiefe.

L. Da

L. Da habt ihr ja Statt Dicke ein anderes Wort gebraucht: was für eins? K. Tiefe.

L. Könnt ihr mir nicht noch mehr Dinge nennen, denen man eine Tiefe zuschreibt? K. Ein Fluß, ein Ziehbrunnen, ein Teich ꝛc.

L. Gut! Aber könnt ihr mir auch sagen, in welchem Falle man einem Dinge eine Tiefe zuschreibt? K. —

L. Erstreckt sich denn die Ausdehnung eines Ziehbrunnens, oder eines Flusses ꝛc., die wir Tiefe nennen, von der Oberfläche der Erde an gerechnet, gegen den Himmel oder gegen das Innere (den Mittelpunct) der Erde zu? K. Gegen das Innere (den Mittelpunct) der Erde zu.

L. Habt ihr denn je gehört, daß man einen Baum oder einen Berg auch tief nennt? K. Nein.

L. Warum mag man wohl diesen Dingen keine Tiefe zuschreiben? K. Weil sie nicht von der Oberfläche der Erde an gegen den Mittelpunct derselben zu ausgedehnt sind.

L. Richtig! Nun könnt ihr mir wohl sagen, wenn man etwas tief nennt. K. Wenn es von der Oberfläche der Erde an gegen den Mittelpunct (das Innere) derselben zu ausgedehnt ist.

L. Gut! Nur merkt, daß man das Wort tief bey verschiedenen Gelegenheiten auch in einer uneigentlichen Bedeutung gebraucht. Man sagt z. B.: dieses Haus ist 36 ꝛc. Schuh tief und will damit anzeigen, daß der Raum zwischen seiner Vorder- und Hinterwand so viel Schuh breit ist. Nun werdet

ihr mir aber wohl auch sagen können, in welchem Falle wir einem Dinge eine Höhe zuschreiben. K. Wenn es von der Oberfläche der Erde an gerechnet gegen den Himmel zu ausgedehnt ist.

L. Das ist wahr, nur ist auch hier zu bemerken, daß wir oft bey dem einen Dinge Dicke nennen, was man bey einem andern Höhe nennt. Von einem Maulwurfshügel z. B. sagt man: er ist eine Spanne rc. hoch, und von einem daneben liegenden eben so großen Steine: er ist eine Spanne dick. — Ihr wißt nun, daß es Dinge giebt, welche lang, dick und breit oder, was einerley ist, nach allen Richtungen zu ausgedehnt sind. Dabey haben diese Dinge aber oft noch andere Eigenschaften, indem sie z. B. elastisch, spröde, zähe, flüßig, fest rc. *) sind. Alle diese Eigenschaften kann man aber in Gedanken von diesen Dingen trennen, und sie sich bloß als lang, dick und breit vorstellen. Thut man dieses, denkt man sich also an einem Dinge bloß seine Länge, Dicke und Breite, ohne auf irgend eine seiner andern Eigenschaften noch Rücksicht zu nehmen, so spricht man: man denkt sich einen geometrischen Körper. Die wesentlichen Merkmahle eines geometrischen Körpers wären also — ? K. Länge, Dicke und Breite.

L. Ganz recht! Und wie wollt ihr denn alles das, was Länge, Dicke und Breite hat nennen? K. Einen geometrischen Körper.

L. Gut!

*) Diese Begriffe habe ich alle schon entwickelt im 2ten Bändchen meines Versuchs einer prakt. Anw. für Schullehrer rc.

L. Gut! Nun denkt euch aus diesem Zimmer, Tische, Stühle und was sonst da ist, weg, so daß nichts als der von den vier Wänden, der Decke und dem Fußboden eingeschlossene leere Raum*) übrig bleibt, und sagt mir, ob dieser leere Raum eine Ausdehnung nach der Länge, Dicke und Breite habe oder nicht. K. Diese hat er.

L. Wie müssen wir daher auch diesen Raum nennen? K. Einen geometrischen Körper.

L. Und warum müssen wir ihn so nennen? K. Weil er nach allen Richtungen zu ausgedehnt ist.

L. Gut! — Hier habe ich noch ein Stück Holz (Nro. 2.): vergleicht es mit diesem hier (Nro. 1.) und sagt mir, welches von beyden mehr, sowohl in die Länge, als in die Breite und Dicke ausgedehnt ist. K. Dieses hier (Nro. 2.).

L. Mit welchem andern Ausdrucke könnt ihr mir anzeigen, daß Nro. 2. mehr in die Länge, Breite und Dicke als Nro. 1. ausgedehnt ist. K. Mit dem: es ist größer.

L. Recht! Welcher von diesen beyden Körpern würde denn, wenn ich sie ganz etwa in ein mit Wasser angefülltes Glas steckte, mehr Wasser aus der Stelle treiben, also mehr Raum einnehmen? K. Nro. 2.

 L. War-

*) Niemand wird mir zumuthen, mich mit Kindern über den metaphysischen Begriff vom Raume zu unterhalten.

L. Warum meynt ihr denn, daß dieses mehr Raum als Nro. 1. einnehmen würde? K. Eben weil es größer als Nro. 1. ist.

L. Richtig! Ein Körper, welcher größer als ein anderer ist, nimmt mehr Raum als der andere ein. Aber wie? welchen von zwey Körpern, wovon der eine mehr, der andere weniger Raum einnähme, würdet ihr für den größern halten? K. Denjenigen, welchrr mehr Raum einnähme.

L. Da würdet ihr ganz richtig urtheilen. Nun könnt ihr mir wohl auch sagen, wenn man einen von zwey Körpern größer als den andern nennen kann? K. Wenn er mehr Raum als der andere einnimmt.

L. Ganz recht! Die Größe eines Körpers beurtheilt man bloß nach dem mehrern oder mindern Raume, den er einnimmt. Könnt ihr mir denn nun wohl sagen, ob diese beyden Körper da (Nro. 3. a u. b) zusammen genommen, oder dieser einzige hier (Nro. 1.) mehr Wasser aus seiner Stelle treiben würde, wenn man sie ganz in dasselbe eintauchte. K. Nein.

L. Das glaube ich. Denn nach dem bloßen Augenmaße läßt sich dieses gar nicht bestimmen. Indessen haben die Gelehrten doch Mittel ausgedacht, durch deren Anwendung man heraus bringen kann, ob dieser Körper (Nro. 1.), oder diese beyden hier (Nro. 3.) zusammen genommen einen größern Raum einnehmen. Wer diese Mittel kennt und sie anwenden kann, von dem sagt man, er versteht die Geometrie. Dieses griechische Wort

zeigt nämlich die Wissenschaft an, die uns unter andern *) auch lehrt, zwey Körper, ihre Gestalt mag so verschieden seyn, als sie will, in Ansehung ihrer Größen so mit einander zu vergleichen, daß man bestimmt angeben kann, wie sich die Größe des einen zur Größe des andern verhält **). Von dieser Wissenschaft, die für wißbegierige Kinder sehr angenehm ist, und dem, der sie erlernt, manchen wichtigen Vortheil gewährt, sollt ihr jetzt die Anfangsgründe erlernen. Wenn ihr recht Achtung gebt, so werdet ihr bald im Stande seyn, mir genau sagen zu können, wie sich die Größe dieses Körpers (Nro. 1.) zur Größe dieser beyden (Nro. 3.) zusammen genommen verhält. Ihr werdet finden, was ich schon weiß, daß diese letztern zusammen genommen gerade so viel Raum einnehmen, als der erstere. — Jetzt will ich einige Sätze theils ganz, theils nur zur Hälfte vorsagen. Uiber die erstern sagt ihr mir eure Meynung, die letztern ergänzt ihr. Ein Körper, der höher als ein anderer ist, ist auch größer als dieser andere. — Was hoch ist, ist nicht tief. — Dem Körper, welchem ich eine Höhe beylege, kann ich keine Länge zuschreiben. — Zwey geometrische Körper sind

 nach

*) Ich sage: unter andern, weil ich hier noch nicht von Flächen und Linien sprechen kann,

**) Diesen Begriff setze ich als bekannt voraus. Entwickelt habe ich ihn in meinen Schreibelectionen ꝛc. und in meiner prakt. Anweis. Kindern die ersten Anfangsgründe der Rechenkunst — beyzubringen.

nach sechs Richtungen ausgedehnt. — — In der Geometrie lernt man unter andern auch — K. Finden, wie sich die Größe eines Körpers zur Größe eines andern verhält.

L. Was nach allen Richtungen ausgedehnt ist — K. Das ist ein geometrischer Körper.

L. Wenn eine Kugel mehr Raum einnimmt als ein Kegel — K. So muß sie größer seyn als dieser. —

L. Die größte Ausdehnung eines Dinges — K. Nennt man oft seine Länge.

L. Wenn man einem Dinge Breite, Länge und Tiefe zuschreibt, — K. So kann man ihm keine Dicke zuschreiben.

---

b) Flächen, Linien und Puncte.

L. Da, wo ein Körper aufhört, sind seine Grenzen. Nun sagt mir, ob dieses Holz (Nro. 1.) auch Grenzen habe oder nicht. K. Freylich hat es auch Grenzen.

L. Da hat es also auch Flächen. Merkt ihr wohl, warum ich diesem Holze Flächen zuschreibe? K. Ja, weil es Grenzen hat.

L. Richtig! Aber was werde ich wohl unter den Flächen an diesem Holze verstehen? K. —

L. Nichts anders als seine Grenzen. Die Grenzen eines Körpers nennt man Flächen oder auch die Oberfläche des Körpers. Carl, wo wolltest du wohl diese Silbermünze hinlegen, wenn ich

ich spräche: lege sie auf die Fläche dieses Holzes? K. Daher (auf eine Fläche des Holzes zeigend).

L. Nun, so lege sie hin. Ich hingegen will diese Stecknadel in das Holz stecken. — So! Sagt mir doch jetzt, ob sich diese beyden Körper, so wohl die Spitze dieser Stecknadel, als die Silbermünze auf der Fläche oder Oberfläche dieses Holzes befinden. K. Nein.

L. Welcher von beyden befindet sich denn nicht auf der Oberfläche? K. Die Spitze der Stecknadel.

L. Warum dürfen wir wohl nicht behaupten, daß sich diese auf der Oberfläche befinde? K. Weil sie in dem Holze steckt

L. Recht! Was in diesem Holze, oder in irgend einem Körper steckt, das ist ja nicht an seiner Grenze, also nicht auf seiner Oberfläche. Die Spitze dieser Nadel ist ganz von gewissen Theilen dieses Holzes umgeben und eingeschlossen, also kann man nicht sagen: sie ist an der Grenze oder auf der Oberfläche dieses Holzes. Aber jetzt sagt mir, welcher Körper sich auf der Oberfläche dieses Holzes befindet. K. Diese Silbermünze.

L. (die Münze etwas in die Höhe hebend.) Ist denn jetzt diese Münze auch gerade da, wo dieses Holz aufhört? K. Nein.

L. Freylich nicht. Zwischen den Grenzen des Holzes und der Münze ist ja noch ein gewisser Raum, so daß sich diese beyden Körper einander nicht berühren können. Nun sagt mir, warum

wir weder von der Spitze dieser Nadel, noch von dieser Münze behaupten dürfen, daß sie sich auf der Oberfläche dieses Holzes befinden. K. Weil die Spitze der Nadel im Holze steckt und die Münze etwas davon entfernt ist.

L. Also ist keiner von diesen zwey Körpern gerade an den Grenzen oder auf der Oberfläche dieses Holzes. Wo würden sich aber beyde Körper befinden, wenn sie weder in dem Holze stäcken, noch von ihm entfernt wären? K. Gerade auf seiner Oberfläche.

L. Gut! Jetzt sagt mir, auf welcher Seite dieses Holz keine Grenzen hat. K. Es hat ja auf allen Seiten Grenzen.

L. Was muß also dieses Holz, da seine Grenzen Flächen heißen, rings um (auf allen Seiten) haben? K. Flächen.

L. Könnte ich nun dieses Holz irgendwo mit meinen Fingern berühren, ohne daß sich diese auf seinen Flächen befänden? K. Nein.

L. Warum kann ich dieses nicht? K. Weil es überall, wo man es nur berühren mag, Flächen hat.

L. Was ihr jetzt von diesem Körper behauptet, das müssen wir von allen Körpern, sie mögen so groß oder so klein seyn, als sie wollen, behaupten, nämlich —? K. Daß sie auf allen Seiten Flächen haben.

L. Von welchen Dingen behauptet ihr dieses? K. Von allen Körpern.

Carl,

L. Carl, fahre doch einmahl mit deinem Finger auf allen Flächen dieses Holzes (Nro. 1.) herum. K. (thut das).

L. Jetzt sagt mir doch, ob wir die Länge dieser Fläche (auf Nro. 1. zeigend) auch messen können. K. Ja.

L. Nun, Carl, so miß sie. — So! Kannst du diese Fläche nicht auch noch nach einer andern Richtung messen? K. Ja, nach der Breite.

L. Nun so miß auch die Breite dieser Fläche. — So! Kannst du mir alles sagen, was du jetzt gethan hast? K. Ich habe die Länge und Breite dieser Fläche gemessen.

L. Nun miß auch ihre Dicke. K. — *).

L. Du kannst das nicht? Das ist kein Wunder, wo keine Dicke ist, da kann man keine messen. Flächen, d. h. die Grenzen der Körper können keine Dicke haben. Denn wenn sie diese hätten, so müßten sie Körper seyn. Wenn wir auch ein Stückchen, das so dünn als ein Rosenblatt wäre, von diesem Holze herunter schnitten, so hätten wir nicht etwa eine Fläche, sondern einen Theil von diesem Holze herunter geschnitten, welcher für sich betrachtet, einen besondern Körper ausmachte und wieder seine Grenzen, d. h. seine Fläche hätte. Nun sagt mir doch, was man an einer Fläche nur messen kann. K. Ihre Länge und Breite.

L. War-

*) Manche Kinder messen wohl hier die Dicke des Holzes, also die Breite einer andern Fläche.

L. Warum nicht auch die Dicke? K. Weil sie keine hat.

L. Nach wie viel verschiedenen Richtungen ist also eine Fläche nur ausgedehnt? K. Nach zwey Richtungen.

L. Nach welchen? K. Nach der Länge und Breite.

L. Wer kann das, was ihr jetzt von den Flächen gelernt habt, in einen Satz zusammen fassen und mir ihn vorsagen? K. Die Flächen sind nur nach zwey Richtungen, nämlich nach der Länge und Breite ausgedehnt.

L. Und nach welcher Richtung sind sie nicht ausgedehnt? K. Nach der Dicke.

L. Aber wie? wenn ich diese Nadel (deren Spitze man gerade auf eine Fläche von Nro. 1. stellt), ein wenig in dieß Holz drückte, bemerkte, wie tief sie eingedrungen wäre, und nach dem eingedrungenen Theile die Dicke dieser Fläche bestimmte? K. Ja, wenn Sie die Nadel ins Holz drücken, dann ist sie ja nicht mehr auf seiner Oberfläche.

L. Freylich! Ich müßte dann sagen: so oder so tief ist die Nadel ins Holz gedrungen, dürfte aber nicht sprechen: sie ist in die Fläche gedrungen. — Nun sagt mir, ob ihr wohl glaubt, daß es Körper ohne Flächen gebe? K. Das glauben wir nicht.

L. Warum nicht? K. Weil wir vorhin gelernt haben, daß alle Körper Flächen haben.

L. Aber

L. Aber solltet ihr wohl nicht Flächen ohne Körper kennen? K. Dergleichen kennen wir nicht.

L. Ich denke die dünnen Mohnblättchen haben nur bloß Länge und Breite, aber keine Dicke, sind also bloße Flächen? K. Nein, diese haben doch auch eine gewisse Dicke.

L. Ganz recht! Das dünnste Blättchen hat noch eine gewisse Dicke, und nirgends ist eine bloße Fläche, eine Fläche ohne Körper, vorhanden. Aber nun merkt, was ich sage: Man kann in Gedanken die Flächen von Körpern absondern oder sich vorstellen, als wenn es bloße Flächen gäbe. Man thut dieses häufig, und spricht von Flächen als von Dingen, die für sich bestünden. Gerade so machen wir es auch in vielen andern Fällen. Wir sagen z. B. der Fleiß ist lobenswerth, und thun hier, als wenn der Fleiß für sich vorhanden wäre, da er doch eine Eigenschaft mancher Menschen ist. Eigentlich sollten wir sprechen: ein Mensch, woran sich der Fleiß befindet; oder: ein fleißiger Mensch ist lobenswerth. Ein Fall, wo man sich eine bloße Fläche, ohne den Körper, woran sie sich befindet, denkt, ist dieser: Hans fragt Micheln, wie groß ist dein Garten? Michel antwortet: 76 Schritt lang und 58 Schritt breit. Michel hat also bloß eine gewisse Länge und Breite angegeben. Wie nennen wir aber das, was bloß Länge und Breite hat? K. Fläche.

L. Was hat sich also Michel unter seinem Garten gedacht, einen Körper oder bloß eine Fläche? K. Bloß eine Fläche.

L. Wor-

L. Woraus sieht man dieses? K. Daraus, weil er bloß eine Länge und Breite angegeben hat.

L. Freylich! An die Dicke der Erde, von deren Oberfläche sein Garten ein Theil war, dachte er gar nicht. Eben so denken wir uns bloß eine Fläche, wenn etwa einer von euch spräche: ich habe hier auf dem Tische genug Platz, daß ich mein Schreibebuch und meine übrigen Sachen herlegen kann. Hier denken wir nicht an die Dicke des Brettes, woraus der Tisch gemacht ist, sondern bloß an eine gewisse Breite und Länge, also an eine Fläche. Meynt ihr wohl, daß diese Fläche (auf eine der größern Flächen von Nro. 3. a. zeigend) so groß als diese hier (auf eine der größern Flächen von Nro. 1. zeigend) ist? K. Nein.

L. Welche von beyden haltet ihr denn für die größere? K. Diese (Nro. 1.).

L. Dieses beurtheilt ihr jetzt bloß nach dem Augenmaße, und das betrügt euch dießmahl nicht. Allein nicht immer reicht das Augenmaß zu, zu beurtheilen, welche von zwey Flächen die größere ist. Noch weniger kann man nach dem Augenmaße bestimmt angeben, wie viel Mahl die eine größer als die andere ist. So kann z. B. nach dem bloßen Augenmaße niemand sagen, wie oft diese Fläche (auf eine Fläche von Nro. 3. a und b. so zusammengelegt, daß sie ein gleichschenkliches Dreyeck bilden, zeigend) in dieser (von Nro. 1.) enthalten ist. Wer aber Geometrie versteht, der kann dieses auf ein Haar angeben. Nun mehr könnt ihr mir schon sagen, ob man in der Geometrie nur die Größen der

Kör-

Körper mit einander vergleichen und ihr Verhältniß zu einander finden lernt. K. Nein.

L. Was lernt man denn in dieser Wissenschaft sonst noch mit einander vergleichen? K. Die Flächen.

L. Richtig! Ihr werdet in der Folge diese Fläche (von Nro. 3.) mit dieser hier (von Nro. 1.) vergleichen lernen und dann finden, daß die letztere gerade noch Ein Mahl so groß als die erstere ist. — Jetzt sagt mir, ob ich, wenn ich mit meinem Finger immer so auf der Fläche dieses Holzes hinfahre, endlich wohl auch an eine Stelle kommen werde, wo sie aufhört. K. Ey freylich!

L. Da muß also diese Fläche auch haben —? K. Grenzen.

L. Recht! Die Grenzen der Flächen haben auch ihre besondern Benennungen, sie heißen nämlich Linien. Nun denkt einmahl nach und sagt mir, nach wie viel Richtungen ich wohl diese Nadel bewegen könnte, wenn ich sie nämlich bewegen und dabey immer in der Grenze dieser Fläche bleiben wollte. K. Nur nach einer.

L. Nach wie viel Richtungen wäre denn so nach eine Linie ausgedehnt? K. Nach einer.

L. Wie wollt ihr denn diese Ausdehnung nennen? (Breite oder Dicke?) K. Länge.

L. Recht! Eine Linie hat bloß Länge. Denn hätte eine Linie Länge und Breite, wovon wäre sie dann nicht unterschieden? K. Von einer Fläche.

L. Ganz recht! Hier habe ich ein (viereckiges und beschnittenes) Stück Papier, von welchem wir

uns die Dicke ganz wegdenken wollen, so daß es also vorstellt — nun was? K. Eine Fläche.

L. Wie viel Seiten hat denn diese Fläche? K. Vier.

L. Sie ist also auf vier Seiten begrenzt. Wie nennt man die Grenzen der Flächen? K. Linien.

L. Zwischen wie viel Linien muß also diese Fläche eingeschlossen seyn? K. Zwischen vier Linien.

L. Wie dick und breit ist denn jede dieser Linien? K. Eine Linie hat ja weder Breite noch Dicke.

L. Aber seht, hier schneide ich einen ganz schmalen Streifen von dieser Fläche ab. — So! Jetzt habe ich auf einer Seite, wie ich denke, die Grenze dieser Fläche, also eine Linie, abgeschnitten, und diese hat, wie ihr seht, doch auch eine gewisse Breite. K. Sie haben nicht eine Linie, sondern einen Theil von der Fläche abgeschnitten.

L. Freylich! Die Linien kann man von den Flächen so wenig wegnehmen, als die Flächen von Körpern. Allein man denkt sich die Linien eben so für sich bestehend, wie die Flächen. Denn wenn wir uns eine Ausdehnung in die Länge ohne Dicke und Breite denken, was denken wir uns denn da eigentlich? K. Eine Linie.

L. Und wenn uns jemand sagt: der Weg von unserm Dorfe (unserer Stadt) bis ins nächste Dorf ist eine halbe Stunde lang, denken wir denn da auch an die Breite der Fläche, worauf man geht und fährt? K. Nein.

L. Da habt ihr also einen Fall, wo wir uns bloß eine Linie, das heißt eine Länge ohne Breite und Dicke denken. Nun sagt mir doch, wie man einen solchen Strich (eine Linie mit Kreide an die Tafel ziehend) gewöhnlich nennt. K. Linie.

L. Hat denn aber dieser Strich wirklich nur Ausdehnung in die Länge? K. Nein, er hat auch Ausdehnung in die Breite.

L. Und überdieß auch in die Dicke. Denn es liegen in dem ganzen Striche mehrere Theile von dieser Kreide auf und neben einander. Kann man also diesen Strich eine wirkliche Linie nennen? K. Nein.

L. Warum nicht? K. Weil er nicht bloß der Länge, sondern auch der Breite und Dicke nach ausgedehnt ist.

L. Glaubt ihr wohl, daß sich ein Strich mit Kreide oder Bleystift (oder Dusch) machen lasse, der gar nicht nach der Breite und Dicke ausgedehnt wäre? K. Nein.

L. Was verneint ihr jetzt? K. Daß sich rc.

L. Weil dieses nicht möglich ist, so kann man auch keine eigentliche, oder wie man auch spricht, keine geometrische Linie zeichnen. Wir sagen zwar, wenn wir einen solchen Strich machen: das ist eine Linie; allein wir thun dieses nur der Kürze wegen. Denn eigentlich sollten wir sprechen: das ist das Bild einer Linie. Da der feinste Strich, den wir nur zu machen im Stande sind, immer nur eine geometrische Linie vorstellen (im

Bilde darstellen) kann, aber nicht selbst eine solche ist. Geometrische Linien, d. h. Grenzen der Flächen sind nur da wo Flächen sind, und diese sind nur an Körpern vorhanden. — Jetzt möchte ich wohl wissen, ob ihr meynt, daß eine Linie auch Grenzen habe, oder nicht. K. Diese muß freylich auch Grenzen haben.

L. Richtig! (Mit dem Finger an einer Seite des vorhin erwähnten Blattes Papier auf und abfahrend.) Hier bewege ich meinen Finger in einer Linie auf und ab. An wie viel Stellen kann ich denn an die Grenzen dieser Linie kommen? K. An zwey Stellen, hier oben und hier unten.

L. Also ist diese Linie an zwey Stellen begrenzt, nämlich da, wo sie anfängt, und da, wo sie aufhört. Diese Grenzen nennt man Puncte. Nun könnt ihr mir sagen, was man unter dem Worte Puncte versteht. K. Die Grenzen der Linien.

L. Recht! Meynt ihr wohl, daß eine Linie an ihrer Grenze, oder da, wo sie aufhört, nach der Dicke und Breite ausgebehnt seyn könne? K Nein.

L. Warum nicht? K. Weil sie dann keine Linie, sondern ein Körper wäre.

L. Da eine Linie an ihren Grenzen keine Dicke und Breite hat, und ein Punct die Grenze einer Linie ist, so kann ein Punct gewisse Ausdehnungen nicht haben: welche? K. Die nach der Dicke und Breite.

L. Warum kann er diese Ausdehnungen nicht haben? K. Weil eine Linie, deren Grenze er ist, keine Dicke und Breite hat.

L. Gut!

L. Gut! Wenn ein Punct nach der Länge ausgedehnt wäre, wovon könnten wir ihn denn da nicht unterscheiden? K. Von einer Linie.

L. Freylich! Was Länge ohne Dicke und Breite hat, ist ja, wie ihr wißt, eine Linie. Nun ist aber ein Punct die Grenze einer Linie, und nicht die Linie selbst: meynt ihr da wohl, daß ein Punct Ausdehnung nach der Länge haben könne? K. Nein.

L. Nach welchen Richtungen ist denn so nach ein Punct ausgedehnt? K Nach gar keiner.

L. Gut! Ein Punct kann gar keine Ausdehnung haben. Denn hätte er Ausdehnung in die Länge, so wäre er — ? K. Eine Linie.

L. Und wäre er in die Länge und Breite ausgedehnt, so müßte er seyn — ? K. Eine Fläche.

L. Daß er noch weniger nach allen drey Richtungen ausgedehnt seyn könne, versteht sich von selbst. Nun werdet ihr wohl denken: so nach ist ja ein Punct gar nichts. Er ist freylich nichts, was man etwa sehen oder fühlen könnte, sondern er ist nur etwas Gedachtes, nur in unserer Vorstellung vorhanden. Wo wir uns Linien denken, denken wir uns auch ihre Grenzen, d. h. ihre Puncte. Ihr könnt daher wohl einsehen, daß sich ein Punct so wenig mit Kreide oder Bleystift darstellen lasse, als eine Linie. Wir nennen zwar solche kleine Tüpfchen (Puncte mit Kreide an die Tafel machend) Puncte; allein das sind wiederum nur Bilder, unter denen wir uns Puncte denken. Wißt

ihr wohl, warum so ein Tupfen kein eigentlicher Punct genant werden könne? K. Weil er ausgedehnt ist.

L. Gut! Nach wie viel Richtungen ist er aber ausgedehnt? K. Nach allen drey Richtungen.

L. Das ist recht! Dieses sind nämlich gewisse Kreidetheilchen, welche Länge, Breite und Dicke haben. Nun merkt noch, daß man sich auch oft die Puncte als für sich bestehend denkt, und daher von ihnen auch so spricht, als wenn sie für sich vorhanden wären. — Wer wird mir nun wohl sagen können, was man unter dem Anfangspuncte einer Linie versteht. K. Die Stelle, wo sie anfängt.

L. Und was wird man unter ihrem Endpuncte verstehen? K. Die Stelle wo sie aufhört.

L. Statt zu sagen: der Anfangs- und Endpunct einer Linie, spricht man auch: die beyden Endpuncte einer Linie. Und da man sich eine Linie an jeder Stelle, wo man nur will, begrenzt denken kann, so spricht man auch: man kann auf einer Linie so viel Puncte annehmen als man will. Diese Linie (eine ziehend) kann ich mir z. B. hier und hier ꝛc. begrenzt vorstellen und daher sprechen: ich nehme hier und hier ꝛc. einen Punct an. Jetzt will ich einmahl sehen, ob jemand unter euch ist, der gegen folgende Sätze etwas einwenden, aber auch die Gründe seiner Einwendungen angeben kann.

Vier Flächen auf einander gelegt sind dicker als ein Rosenblatt.

 Ein

Ein viereckigtes Blatt Papier hat nur zwey Flächen, nämlich die obere und untere.

Eine Linie ist kaum so dick als der Faden eines Spinnengewebes.

Wenn man eine Linie der Länge nach spaltet, so ist jeder Theil so fein, daß er kaum sichtbar ist.

Die Fläche eines Brettes ist dicker als die Fläche eines Mohnblattes.

Die Hälfte eines Punctes ist nicht größer, als die Spitze der feinsten Nadel. — — —

L. Wie wollt ihr euch ausdrücken, um anzuzeigen, daß auf einer Fläche nicht viel Menschen neben, aber recht viele hinter einander stehen können. K. Die Fläche ist nicht breit (schmal) aber (und) lang.

L. Wie wollt ihr euch ausdrücken, um anzuzeigen, daß die untere Fläche dieses Papiers gar nicht weit von der obern entfernt ist? K. Das Papier ist dünn.

L. Wer kann alles, was wir von Flächen, Linien und Puncten jetzt gelernt haben, recht ordentlich und zusammenhängend vortragen? K. (versuchen dieß zu thun.)

Aus dem bisher gesagten folgt, daß Linien nicht aus Puncten, Flächen nicht aus Linien, und Körper nicht aus Flächen bestehen können.

c) Gerade und krumme Linien.

L., (welcher Fig. 1. und 2. Tab. I. doch ohne die kleinen Querstriche an die Tafel gezeichnet hat).

Daß dergleichen Striche, wie ich jetzt mit Kreide an die Tafel gemacht habe, keine eigentlichen (geometrischen) Linien, sondern nur Bilder derselben sind, wißt ihr schon. Der Kürze wegen wollen wir aber allemahl solche Striche Linien nennen und uns dabey diese denken. Wie viel Linien nehmt ihr nun jetzt an unserer Tafel wahr? K. Zwey.

L. Ich will jetzt jede dieser Linien durch diese Querstriche (diese machend) in mehrere Theile theilen und sie mit Buchstaben benennen. — So! Nun sagt mir, welcher Theil von der Linie A nicht nach der Gegend X zu gerichtet ist? K. Sie sind ja alle nach X gerichtet.

L. Wie aber, wenn ich noch mehr Querstriche und dadurch die Theile dieser Linien recht klein machte, würden sich denn welche darunter befinden, die nicht nach X gerichtet wären? K. Nein.

L. Freylich nicht. Denn durch das Theilen würde ja die Lage der einzelnen Theile nicht geändert und die Hälften oder Viertel von f, e, d ꝛc. würden so gut nach X gerichtet seyn, als jetzt die ganzen Stücke f, e, d ꝛc. und von einem kleinen Insecte, das etwa auf dieser Linie und zwar von f nach e, und von e nach d u. s. f. kröche, würden wir immer sagen: es kriecht nach X also immer nach der nämlichen Gegend zu. Nun könnt ihr mir sagen, ob die Theile von der Linie A nach Einer oder nach verschiedenen Gegenden hinliegen. K. Nach Einer Gegend.

L. Wer

L. Wer sagt mir mit einem vollständigen Satze, was ihr jetzt bemerkt habt. K. Die Theile der Linie A liegen alle nach Einer Gegend hin.

L. Läßt sich dieses wohl auch von allen Theilen der Linie B behaupten? K. Nein.

L. Freylich nicht; denn da liegt ja z. B. ein Theil nach e, ein anderer nach m, ein dritter nach o zu. Wer kann mir jetzt genau ausdrücken, was wir in Ansehung der Lage der Theile von der Linie B bemerkt haben? K. Die Theile der Linie B liegen nicht alle nach Einer Gegend hin.

L. Nun könnt ihr mir einen Unterschied zwischen diesen beyden Linien in Ansehung der Lage ihrer Theile angeben. Thut dieses. K. Bey der Linie A liegen alle Theile nach Einer Gegend zu, aber bey der Linie B nicht.

L. Jetzt habt ihr mir die Merkmahle einer geraden und einer krummen Linie angegeben. Denn was ihr jetzt von der Linie A gesagt habt, ist das wesentliche *) Merkmahl einer geraden, und was ihr von B angegeben habt, das wesentliche Merkmahl einer krummen Linie. Und nun, denke ich, werdet ihr die Frage: was ist eine gerade Linie für eine Linie? beantworten können. K. Eine gerade Linie ist eine solche, deren Theile alle nach Einer Gegend zu liegen.

 L. Und

*) Den Begriff wesentlich habe ich schon entwickelt in dem 2ten Bändchen meines Versuchs einer pract. Anweis. für Schullehrer.

L. Und was versteht man den unter einer krummen Linie? K. Eine solche, deren Theile nicht alle nach Einer Gegend zu liegen.

L. Gut! (fig. 3. ohne die Querstriche ziehend.) Nun sagt mir geschwind, ob diese Linie gerade oder krumm ist. K. Diese ist krumm *).

L. Wir wollen doch sehen. Ich will diese Linie wie die übrigen beyden in mehrere Theile theilen. — So! Der Theil a ist gerade nach o gerichtet. Nun sagt mir, welche Theile nicht nach o gerichtet sind. K. Sie sind alle dahin gerichtet.

L. Da sind ja alle Theile dieser Linie nach Einer Gegend gerichtet. Wie müssen wir sie denn deßwegen nennen? K. Gerade.

L. Warum denn? K. Weil alle Theile derselben nach Einer Gegend zu liegen.

L. Freylich! Ihr habt euch also, indem ihr die Linie für krumm hieltet, geirrt. Nun will ich sehen, ob ihr von dem, was ihr jetzt gelernt habt, An-

*) Ich setze die Antwort her, wie sie fast alle Kinder geben. Der Grund derselben ist, weil man im gemeinen Leben Statt schief gewöhnlich krumm spricht, und das ungeübte Kind nicht leicht reflectirt und untersucht, ob hier die Merkmahle einer geraden oder krummen Linie anzutreffen sind oder nicht. Aber eben deswegen muß es geübt werden, einzelne Fälle mit seinen erlernten allgemeinen Sätzen zu vergleichen, und jene nach diesen zu beurtheilen.

Anwendung machen und mir sagen könnt, welche von diesen Linien (fig. 4. 5. 6. 7. zeichnend) krumm und welche gerade sind. K. A, B und C sind krumme und D und E sind gerade Linien.

L. Warum nennt ihr A, B und C krumm, und D und E gerade? Weil ꝛc.

L. Jetzt kennt ihr verschiedene Arten *) von Linien: wie viel Arten sind es? K. Zwey.

L. Wie nennt man die eine, und wie die andere Art? K. Die eine nennt man krumme, die andere gerade Linien.

L. Was werde ich nun wissen wollen, wenn ich in Zukunft frage: zu welcher Art von Linien gehört diese oder jene Linie? K. Da wollen Sie wissen, ob eine Linie gerade oder krumm ist.

L. Richtig! Zum Uiberfluße merkt noch, daß jeder Theil einer geraden Linie allemahl der ganzen ähnlich, bey einer krummen aber dieses der Fall nicht ist. Denn das Stück x in B hat eine ganz andere Gestalt als die ganze Linie, ist ihr also gar nicht ähnlich. — Jetzt denkt euch diese Stubenthüre als eine bloße Fläche, und sagt mir, wenn ihr nämlich dem Augenmaße nach urtheilt, von welcher Art von Linien sie begrenzt ist. K. Von geraden.

L. Und von welcher Art von Linien ist die obere und untere Fläche dieser Münze begrenzt? K. Von krummen.

L. Wer

*) Den Begriff Art habe ich am vorhin angef. Orte schon entwickelt.

L. Wer kann sich nun noch auf einige andere Körper besinnen, deren Flächen von geraden oder krummen Linien begrenzt sind? K. (nennen vielleicht dergleichen.)*)

L. Jetzt will ich sehen, wer mir recht accurate gerade und krumme Linien aus freyer Hand wird zeichnen können.

Uibung im Zeichnen gerader und krummer Linien.

---

d) Gerade (ebene) und krumme Flächen.

L., (welcher ein accurates Lineal, einen feinen Faden und Nro. 4. vor sich hat.) Denkt euch dieses Lineal als eine bloße Fläche und sagt mir, von welcher Art von Linien sie (diese gedachte Fläche) auf ihren beyden längern Seiten begrenzt wird. K. Von geraden.

L. Richtig! Wir wollen also jetzt die Schärfe dieses Lineals eine gerade Linie nennen. Und da ein nicht gar zu langer angespannter feiner Faden auch gerade ist, so wollen wir diesen Faden, wenn ich ihn anspanne, auch so nennen. Nun sagt mir, was

*) So gewöhne man die Kinder, jeden Gegenstand mit Aufmerksamkeit zu betrachten, und ihn gleichsam mit dem Maßstabe ihrer in der Schule erlangten Kenntnisse zu messen, d. h. zu erforschen, was sich an jedem befindet, wovon sie bereits deutliche Begriffe erlangt haben. Dieß giebt dem Geiste Leben und nährt und stärket ihn, und hat unendlich mehr Werth, als alles bloß mechanische Auswendiglernen.

was ich jetzt auf diese Fläche (die Schärfe des Lineals auf die Fläche A von Nro 4. von a nach b setzend) lege. K. Eine gerade Linie.

L. Wenn zwischen dieser geraden Linie und dieser Fläche nirgends, auch an keiner einzigen noch so kleinen Stelle ein Zwischenraum Statt fände, oder wenn jeder noch so kleine Theil dieser geraden Linie diese Fläche berührte, so würde man sagen können: die Linie (a b) fällt ganz in diese Fläche. Nun seht einmahl nach und sagt mir, ob die Linie a b ganz in diese Fläche fällt oder nicht. K. Sie fällt ganz in dieselbe.

L. Richtig! Nun soll aber Fritz dieses Lineal oder diese gerade Linie in andere Lagen bringen, indem er sie hieher, daher und wo er will, legt und sehen, ob sie immer oder überall, wo er sie auf diese Fläche legt, ganz in dieselbe fällt. K. (nach der Untersuchung.) Ja, sie fällt überall ganz in dieselbe.

L. Wer von euch weiß, was Fritz jetzt bemerkt hat. K. Er hat bemerkt, daß diese gerade Linie überall, wo man sie auf diese Fläche legt, ganz in dieselbe fällt.

L. Nun soll Carl sehen, ob diese gerade Linie, nämlich dieser angespannte Faden, auch überall ganz in diese Fläche fällt. K. (nach der Untersuchung.) Ja, auch diese gerade Linie fällt überall ganz in diese Fläche.

L. Nun sagt mir doch, wenn man sagen könnte, eine gerade Linie, die wir zwischen zwey Puncte auf einer Fläche legen, fällt nicht ganz in dieselbe.

K. Wenn nicht jeder noch so kleine Theil dieser Linie die Fläche berührte.

L. Gut! Jetzt lege ich, wie ihr seht, (die Schärfe des Lineals auf die Fläche B von c nach d legend) diese gerade Linie auf diese Fläche und zwar von dem Puncte c bis zu dem Puncte d, sagt mir, ob die zwischen den zwey genannten Puncten liegende gerade Linie ganz in diese Fläche fällt oder nicht. K. Sie fällt nicht ganz in dieselbe.

L. Was heißt das mit andern Worten? K. Nicht jeder Theil der geraden Linie c d berührt diese Fläche.

L. Ist denn dieses der nämliche Fall, wenn ich diese gerade Linie von m nach n (die Schärfe des Lineals in diese Lage bringend) lege? K. Nein.

L. Freylich nicht. Denn jetzt fällt diese Linie (m n) ganz in diese Fläche. Nun sagt mir, ob folgender Satz richtig ist oder nicht: Diese Fläche (auf B zeigend) ist so beschaffen, daß ich überall oder zwischen jeden zwey Puncten auf derselben eine gerade Linie so legen kann, daß sie (diese Linie) ganz in sie (die Fläche) fällt. K. Dieser Satz ist falsch.

L. Freylich! Aber könnt ihr ihn nicht berichtigen? K. Diese Fläche ist so beschaffen, daß man nicht überall (zwischen jeden zwey Puncten) auf derselben eine gerade Linie so legen kann, daß sie ganz in dieselbe fällt.

L. Das ist etwas anders. Jetzt ist der Satz richtig. Aber kennt ihr denn keine Fläche an diesem

Holze,

Holze, von welcher mein vorhin ausgesprochener Satz gilt? K. Ja, von der andern Fläche (von A) gilt er.

L. Richtig! Nunmehr werdet ihr im Stande seyn, mir von jeder dieser beyden Flächen A und B eine gewisse Beschaffenheit anzugeben. Wer von euch kann am ordentlichsten und richtigsten ausdrücken, was ihr jetzt an ihnen bemerkt habt? K. Die Fläche A ist so beschaffen, daß man überall oder zwischen jeden zwey Puncten auf derselben eine gerade Linie legen kann, daß sie ganz in dieselbe fällt. Und B ist so beschaffen, daß man nicht überall oder zwischen jeden zwey Puncten auf derselben eine gerade Linie so legen kann, daß sie ganz in dieselbe fällt.

L. Das ist recht! Nun merkt wohl! Alles was Fritz rc. jetzt mit vielen Worten gesagt hat, das hätte er weit kürzer also ausdrücken können: Die Fläche A ist gerade oder eben, und die Fläche B ist krumm oder gebogen. Denn mit diesen Worten zeigt man die von euch angegebenen Beschaffenheiten dieser Flächen an. Nun werdet ihr mir wohl sagen können, was man unter einer geraden oder ebenen Fläche versteht. K. Eine Fläche, welche so beschaffen ist, daß rc.

L. Und was ist eine krumme oder gebogene Fläche für eine Fläche? K. Eine solche, die so beschaffen ist, daß rc.

L. Das ist recht! Wie viel Arten von Flächen kennt ihr denn jetzt? K. Zwey Arten.

L. Wie nennt ihr die eine und wie die andere Art? K. Die eine nennt man gerade oder eben, die andere krumm oder gebogen.

L. Ganz vollkommen gerade (ebene) Flächen finden wir zwar an keinem einzigen Körper. Denn sogar das mit allem Fleiße polirte Spiegelglas hat noch kleine Vertiefungen und Erhöhungen, die man zwar nicht mit bloßen Augen, aber doch mit Vergrößerungsgläsern wahrnehmen kann. Allein man denkt sich vollkommen gerade Flächen, und spricht so, als wenn sie vorhanden wären. Und im gemeinen Leben, nennt man eine Fläche schon eben, die nicht sehr merklich krumm oder gebogen ist. Nun merkt noch, daß man eine gerade oder ebene Fläche auch schlechthin eine Ebene nennt. — Jetzt will ich doch einmahl sehen, wer mir Körper nennen kann, die theils von geraden, theils von krummen Flächen begrenzt sind. K. (nennen dergleichen.)

L. Jetzt sagt mir einmahl, wie ich erforschen kann, ob diese Fläche (auf Nro. 1. zeigend) krumm oder gerade ist. K. Sie müssen die Schärfe eines recht accuraten Lineals darauf legen und sehen, ob diese überall die Fläche berührt.

L. Und wenn ich fände, daß diese Fläche nicht überall von der Schärfe des Lineals berührt würde? K. Dann wüßten Sie, daß die Fläche krumm wäre.

L. Richtig! Dieses Mittels, eine Fläche zu prüfen, bedient man sich auch im gemeinen Leben. Kennt ihr keinen Handwerker, der auf diese Weise untersucht, ob Flächen krumm oder gerade sind? K. Der Steinmetz.

L. Rich-

L. Richtig! Wie macht es denn dieser, um die Flächen seiner behauenen Steine zu untersuchen? K. Er setzt sein Richtscheit darauf und sieht, ob zwischen diesem und der Fläche des behauenen Steines irgendwo noch Zwischenräume sind.

L. Richtig! Sein Richtscheit vertritt ihm die Stelle einer geraden Linie, und er schließt: wenn eine gerade Linie nicht überall in die Fläche des behauenen Steines fällt, so rc. — Aber jetzt sagt mir, warum die Schlosser bisweilen folgendes Verfahren beobachten. Sie setzen, wenn sie ein Stück Eisen oder Messing befeilen, die Kante (den Rand) desselben so, wie ich jetzt die Schärfe dieses Lineals auf diese Fläche (Nro. 4. A.) setze, von Zeit zu Zeit auf ein besonderes immer bereit stehendes Brettchen, Richtbrettchen genannt, dessen eine Fläche so eben als möglich zu gehobelt ist, und sehen, ob der Rand ihres Eisens mit dieser Fläche zusammenfällt oder nicht. K. Da wollen sie vermuthlich erfahren, ob der Rand (die Kante) ihres Eisens oder Messings ganz gerade ist oder nicht.

L. Aber wie können sie dieß auf die angegebene Art erfahren? K. Wenn der Rand ihres Eisens rc. ganz mit der Fläche des Richtbrettchens zusammenfällt, so können sie daraus schließen, daß er gerade ist.

L. Und wenn er nicht ganz in die Fläche des Richtbrettchens fiele? K. So könnten sie daraus schließen, daß er krumm ist.

L. Richtig! Und dann befeilen sie ihn so lang, bis er gerade ist. In diesem Falle betrachten die

Schlosser den Rand ihres Eisens, welcher eigentlich eine schmale Fläche ist, als eine Linie und schließen also: Da die Fläche des Richtbrettchens eine Ebene ist, so muß jede Linie, wenn sie gerade seyn soll, ganz in dieselbe fallen: fällt nun eine Linie nicht ganz in dieselbe, so kann sie auch nicht gerade seyn. — Nunmehr könnt ihr mir sagen, wie ich erfahren kann, ob irgend eine Fläche gerade oder krumm ist. Wer sagt mir dieß in einem zusammenhängenden Satze? K. Um zu erfahren, ob irgend eine Fläche krumm oder gerade ist, darf man nur eine gerade Linie darauf legen, und sehen, ob sie ganz in dieselbe fällt oder nicht. Fällt sie ganz in dieselbe, so ꝛc.

L. Wer kann mir denn auch in einem zusammenhängenden Satze sagen, wie ich die Kante eines Körpers prüfen und erfahren kann, ob sie krumm oder gerade ist? K. Um zu erforschen, ob die Kante ꝛc.

L. Jetzt sagt mir eure Meynung über folgenden kleinen Aufsatz:

Wenn man auf einer Fläche zwey Puncte annehmen und zwischen ihnen eine gerade Linie ziehen kann, so ist diese Fläche gerade: kann man hingegen zwischen zwey Puncten auf einer Fläche eine krumme Linie ziehen, so ist dieß ein Beweis, daß diese Fläche krumm und gebogen ist. Denn krumme Linien kann man nur auf krummen Flächen ziehen.

---

e) Parallele oder gleichlaufende Linien.

L., (welcher fig. 8. an die Tafel gezeichnet hat.) Zu welcher Art von Linien wollt ihr denn diese beyden da an der Tafel rechnen? K. Zu den geraden.

L. Recht! Wir nehmen an, daß diese Linien ganz gerade sind. Urtheilet nun einmahl nach dem Augenmaße und sagt mir, ob sie sich irgendwo einander nähern oder nicht. K. Sie scheinen sich nirgends einander zu nähren.

L. Sie nähren sich auch nirgends einander; denn ich habe sie so gezogen, daß sie überall oder wie man auch spricht, in allen ihren Puncten, gleich weit von einander entfernt sind. Um den Ausdruck: in allen ihren Puncten, richtig verstehen zu können, vergeßt fein nicht, daß man sich eine Linie überall, wo man will, als begrenzt, also auch überall Puncte in ihr denken kann. Ich kann daher sagen: diese Linien sind in den Puncten a b so weit von einander entfernt, als in den Puncten c d und e f und g h rc. Nun sagt mir, alles zusammen genommen, was ihr von diesen beyden Linien wißt, und was ihr mir jetzt schon theilweise gesagt habt. K. Sie sind gerade und in allen ihren Puncten (überall) gleich weit von einander entfernt.

L. Das heißt mit Einem Worte: sie sind gleichlaufend oder parallel; oder: es sind Parallellinien. Sollten wohl diese beyden Linien (fig. 7.) gleichlaufend seyn? K. Nein.

L. Warum wollt ihr sie nicht so nennen? K. Weil sie nicht überall gleich weit von einander entfernt sind.

L. Wenn dürfen wir also erst zwey gerade Linien gleichlaufend oder parallel nennen? K. Wenn sie überall gleich weit von einander entfernt sind.

L. (fig. 9. zeichnend) Haltet ihr denn dieses wohl auch für gleichlaufende oder parallele Linien? K. Ja.

L. Warum denn? K. Weil sie gerade und überall gleich weit von einander entfernt sind.

L. Ihr urtheilt hier freylich, wie ich auch wollte, nur nach dem Augenmaße. Indessen habt ihr Recht, da ich wirklich diesen beyden geraden Linien auch in allen ihren Puncten einerley Entfernung von einander gegeben habe. Aber sie haben doch eine andere Lage als AB und CD (fig. 8.): sollte uns dieser Umstand nicht hindern, sie Parallellinien zu nennen? K. Nein.

L. Warum glaubt ihr, daß auf diesen Umstand nichts ankomme? K. Weil man ja Parallellinien solche Linien nennt, welche ꝛc.

L. Das ist richtig! Nun sagt mir aber auch, ob ihr wohl glaubt, daß man eine einzige Parallellinie ziehen könne. K. Das kann man nicht.

L. Warum nicht? K. Weil man von einer einzigen Linie nicht sagen kann, daß sie von einer andern überall gleich weit ꝛc.

L. Richtig! Wenn von gleichlaufenden Linien die Rede ist, so müßt ihr euch deren immer mehrere denken. Aber dieses (fig. 10.) sind doch Parallellinien? K. Auch nicht.

L. Warum nennt ihr denn diese nicht so? K. Weil sie nicht alle beyde gerade sind.

L. Recht!

L. Recht! — Bemerkt ihr wohl hier im Zimmer keine Körper, deren Flächen von Parallellinien begrenzt zu seyn scheinen? K. Die Thüre ꝛc.

L. Was behauptet ihr jetzt von den Flächen der Thüre? K. Daß sie von Parallellinien begrenzt zu seyn scheinen.

L. Wenn wir dieses (zeigend) die rechte und dieses die obere ꝛc. Seite der Thüre nennen, so könnt ihr mir auch sagen, welche Seiten von Parallellinien begrenzt werden. K. Die obere und untere ꝛc.

L. Nun will ich sehen, wer mir Parallellinien aus freyer Hand auf dem Schiefer oder Papier wird zeichnen können.

Fleißige Uibung im Zeichnen von Parallellinien und in der Beurtheilung solcher Linien, die bald parallel sind, bald mehr oder weniger schief gegen einander stehen.

---

f) Winkel.

L., (welcher fig. 9. und 11. an die Tafel gezeichnet hat). Die Fläche unserer schwarzen Tafel, worauf ich schreibe, nehmen wir immer als eine gerade Fläche oder als eine Ebene an. Nun sagt mir, wie viel Linien hier (auf fig. 9. zeigend) auf dieser Ebene liegen K. Zwey.

L. Sagt mir doch in wie viel Puncten diese zwey Linien, die ich A (diesen Buchstaben dazu setzend) nennen will, zusammenstoßen oder einander berühren. K. Sie berühren ja in gar keinem Puncte einander.

L. Können wir denn das Nämliche auch von diesen beyden Linien (auf fig. 11. zeigend), welche B heißen sollen, behaupten? K. Nein.

L. Da bemerkt ihr also zwischen den Linien A und B einen gewissen Unterschied: welchen? K. Die Linien A berühren einander nicht, aber die Linien B stoßen in einem Puncte zusammen (berühren einander in einem Puncte).

L. Und wenn wir annehmen, daß diese Linien (B) in dem Puncte, wo sie zusammenstoßen, ihren Anfang nehmen, so können wir diesen Punct nennen — nun wie meynt ihr? K. Anfangspunct.

L. Recht! Dabey merkt aber, daß wir diesen Punct jetzt nur willkührlich den Anfangspunct dieser Linien nennen, indem wir ihn auch ihren Endpunct nennen könnten. Da wir also besagten Punct den Anfangspunct nennen, so können wir auch sprechen: diese zwey Linien haben einen gemeinschaftlichen Anfangspunct, oder stoßen in einem gemeinschaftlichen Anfangspuncte zusammen. Wie wolltet ihr euch nun ausdrücken, wenn ihr mir recht bestimmt angeben solltet, was ihr hier (auf fig. 11. zeigend) sehet. K. Wir sehen zwey Linien, welche einen gemeinschaftlichen Anfangspunct haben.

L. Wer kann mir diese Antwort wiederhohlen, aber in derselben zugleich noch bemerken, wo, d. h. auf welcher Art von Flächen diese Linien liegen. K. Wir sehen zwey Linien, welche auf einer Ebene liegen und einen gemeinschaftlichen Anfangspunct haben.

L. Das ist recht! Nun merkt, daß wir alles das, was ihr jetzt gesagt habt, kürzer folgender Massen ausdrücken können: wir sehen Linien, welche einen ebenen Winkel bilden. Nun sagt mir geschwind, ob ihr wohl glaubt, daß ihr beym Anblicke der Linien A auch sprechen dürft: wir sehen Linien, welche einen ebenen Winkel bilden. K. Nein. (Das glauben wir nicht.)

L. Warum glaubt ihr dieses nicht? K. Weil diese Linien keinen gemeinschaftlichen Anfangspunct haben.

L. Was meynt ihr also wohl, daß zur Bildung eines ebenen Winkels durchaus nothwendig sey? K. Zwey Linien, welche in einem gemeinschaftlichen Anfangspuncte zusammenstoßen.

L. Diese Linien müssen aber auch in einer Ebene liegen. Denn wenn sie nicht in einer Ebene lägen, so würden sie zwar auch einen Winkel, aber keinen ebenen Winkel bilden. Da wir aber in diesen unsern Lectionen von keinen andern als ebenen Winkeln sprechen werden, so will ich immer das Wort eben weglassen, und euch ein für alle Mahl erinnern, daß wir bey dem Worte Winkel immer an solche Winkel denken wollen, die von Linien gebildet werden, welche in einer Ebene liegen. Merkt also nun folgenden Satz: Zwey Linien, welche aus einem gemeinschaftlichen Anfangspuncte*) gezogen werden, bilden alle

*) Die Bestimmung: nach verschiednen Richtungen, lasse ich hier weg, weil sich das Kind bey zwey Linien, welche aus

Mahl einen Winkel. Was werdet ihr nun wohl zu thun haben, wenn ich spreche: macht einen Winkel? K. Da müssen wir zwey Linien aus einem gemeinschaftlichen Anfangspuncte (auf einer Ebene *) ziehen.

L. Richtig! Nun sagt mir, ob ihr glaubt, daß diese beyden Linien (fig. 12. zeichnend) auch einen Winkel bilden. K. Allerdings!

L. Warum glaubt ihr dieses? K. Weil sie in ihrem Anfangspuncte zusammenstoßen.

L. Da ist wohl dieses (eine halbe Kreislinie zeichnend) auch ein Winkel? K. Nein.

L. Warum nicht? K. Weil dieses nur eine einzige Linie ist.

L. Recht! Eine einzige Linie kann keinen Winkel bilden. Aber bemerkt ihr wohl zwischen diesen beyden Winkeln (auf fig. 11 und 12. zeigend) nicht einen leicht in die Augen fallenden Unterschied? K. Ey ja! Die Linien, welche den einen Winkel bilden, sind gerade, und diejenigen, welche den andern bilden, sind krumm.

L. Von dieser jetzt angegebenen Beschaffenheit der Linien, die jeden dieser zwey Winkel bilden, bekommt

aus einem gemeinschaftlichen Anfangspuncte so gezogen werden, daß sie beyde nur nach Einer Richtung liegen, auch nur eine einzige, nicht zwey Linien denkt.

*) Diese Bestimmung, setzen die Kinder zwar nicht hinzu, sie denken sich aber immer die Linie auf einer Ebene gezogen.

kommt jeder derselben auch eine besondere Benennung. Wer kann wohl diese Benennungen errathen? Sucht erst eine Benennung, welche einen Winkel anzeigt, der von geraden Linien gebildet wird. K. Geradlinigter Winkel?

L. Recht! Nun wird euch die Benennung für diesen Winkel da (fig 12.) gleich einfallen. K. Krummlinigter Winkel.

L. Gut! Nun sagt mir wieder umgekehrt, was man unter einem gradlinigten, und dann, was man unter einem krummlinigten Winkel versteht. K. (thun dieses.)

L. Jetzt gebt Achtung! Ich will sehen, ob ihr aus dem, was ich nun thun und sagen werde, die Bedeutung eines euch noch unbekannten Worts werdet errathen können. Jetzt mache ich diese Linie (etwas von fig. 9. weglöschend) kürzer, und jetzt (etwas von den Schenkeln von fig. 11. weglöschend) verkürze ich die Schenkel dieses Winkels. Nun habe ich zwey Mahl hinter einander Linien verkürzt: habe ich aber auch jedes Mahl gesprochen: ich verkürze Linien? K. Nein.

L. Wie habe ich denn das letztere Mahl gesprochen? K. Ich verkürze die Schenkel dieses Winkels.

L Warum mag ich wohl, als ich diese Linien (auf fig. 9. zeigend) verkürzte, nicht gesagt haben: ich verkürze Schenkel? K. Vermuthlich weil diese Linien keinen Winkel bilden.

L. Ganz recht! Wenn wird man also wohl Linien Schenkel nennen? K. Wenn sie einen Winkel bilden.

L. Getroffen! So bald von Winkeln die Rede ist, nennt man die Linien, wodurch sie gebildet werden, nicht mehr Linien, sondern Schenkel. Nun sagt mir, ob euch bey diesem und diesem (einige Winkel verzeichnend) Winkel nicht ein besonderer Punct vor allen merkwürdig und eines besondern Namens werth zu seyn scheint. K. Ja, der Punct wo die Linien (Schenkel) zusammen stoßen.

L. Richtig! Dieser Punct heißt der Scheitel oder die Spitze des Winkels. Wer kann mir wohl jetzt den Scheitel dieses Winkels (auf einen Winkel an der Tafel zeigend) zeigen? K. (Tritt an die Tafel und zeigt.)

L. Ihr Andern, was thut jetzt Fritz? K. Er zeigt Ihnen den Scheitel eines Winkels.

L. Was versteht man den unter dem Scheitel eines Winkels? K. Denjenigen Punct, wo die beyden Schenkel desselben zusammen stoßen.

L. Das ist recht! Jetzt will ich euch eine Redensart sagen, und nachher sehen, ob ihr im Stande seyd, mir daraus eine gewisse Frage zu beantworten. Die Schenkel eines Winkels, sind die Linien, welche den Winkel einschließen. Nun sagt mir, ob ihr glaubt, daß der zwischen diesen beyden Linien (auf fig. 11. zeigend), also zwischen diesen Schenkeln liegende Flächenraum, auf welchem ich mit meinem Finger herumfahre (im genannten Winkel den Finger hin und her bewegend) oder diese beyden Linien (auf die Schenkel dieses Winkels zeigend) den Namen Winkel führen. K. Wir glau-

glauben der zwischen den Schenkeln liegende Flächenraum führe diesen Namen.

L. Da irrt ihr euch nicht. Aber warum glaubt ihr dieses? K. Weil Sie gesagt haben: die Schenkel eines Winkels — — einschließen.

L. Da habt ihr richtig geschlossen. Denn wenn das der Winkel ist, was von den Schenkeln eingeschlossen wird, so kann es nichts anders als der zwischen ihnen liegende Flächenraum seyn. Wenn nun Theodor so spräche: ein zwischen zwey Linien liegender Flächenraum ist ein Winkel, drückte er sich ganz bestimmt aus? K. Nein.

L. Wie würdet ihr euch denn ausdrücken, wenn ich fragte: was ist ein Winkel? K. Ein zwischen zwey Linien, die einen gemeinschaftlichen Anfangspunct haben, liegender Flächenraum.

L. Das ist recht. Warum hieltet ihr aber Theodors Beschreibung eines Winkels für fehlerhaft? K. Weil nach derselben ein zwischen zwey Parallellinien liegender Flächenraum ein Winkel wäre.

L. Gut! Jetzt seht euch in dieser Stube um, und seht, ob ihr nirgends Winkel wahrnehmt. K. (suchen überall Winkel auf.)

L, (welcher fig. 13. und 14. an die Tafel gezeichnet hat.) Hier sind, wie ihr seht, zwey Winkel, welche, um sie nennen zu können, mit Buchstaben bezeich-

bezeichnet sind. Sagt mir doch, mit wie viel Buchstaben jeder derselben bezeichnet ist. K. Mit dreyen.

L. Könnt ihr mir auch deu Ort angeben, wo jeder der Buchstaben, womit ich z. B. den ersten dieser Winkel bezeichnet habe, steht? K. Einer steht am Scheitel und die andern beyden stehen an den Endpuncten der beyden Schenkel.

L. Das ist die gewöhnliche Bezeichnungsart eines Winkels. Indessen bezeichnet man ihn auch oft nur mit einen einzigen Buchstaben, den man bald aussen an den Scheitel, bald zwischen die beyden Schenkel in die Gegend, wo sie zusammen stossen, setzt. In den beyden ersten Fällen wählt man große, im letztern aber kleine Buchstaben. Wenn man die eine oder die andere dieser Bezeichnungsarten wählt, werdet ihr gelegentlich lernen. Nur merkt, daß wenn ein Winkel mit drey Buchstaben bezeichnet ist, man alle Mahl den, welcher am Scheitel steht, beym Nennen derselben in die Mitte setzt. Dieser Winkel (fig. 13.) heißt also entweder B A C oder C A B, aber ja nicht A B C. Nun sagt mir, wie ihr diesen andern Winkel da (fig. 14) nennen wollt. K. E D F oder F D E.

L. Recht! Wir wollen aber jetzt die Buchstaben an den Endpuncten der Schenkel weglöschen, und diese beyden Winkel A und D nennen. Nun sagt mir, welchen von ihnen ihr für den größern haltet. K. Den Winkel D *).

L. War-

*) Diese Antwort geben fast alle Anfänger.

L. Warum haltet ihr denn diesen Winkel für den größern? K Weil seine Schenkel länger sind, als die des Winkels A.

L. Ob ihr Recht habt oder nicht, wenn ihr die Größe eines Winkels nach der Länge seiner Schenkel beurtheilt, werdet ihr bald einsehen. Hier diese zwey Stäbe (Nro. 5.) die wir uns jetzt als zwey Linien vorstellen wollen, bilden, wenn ich sie so aufmache auch einen Winkel, wovon ich den einen Schenkel jetzt in der rechten und den andern in der linken Hand habe. Nun sagt mir, ob ich jetzt (die Schenkel dieses Winkels von einander entfernend) die Schenkel dieses Winkels von einander entferne oder sie einander näher bringe. K. Sie entfernen sie von einander.

L. Da wird also der Winkel, den sie bilden, größer. (Die Schenkel einander nähernd.) Entferne ich den jetzt diese beyden Schenkel auch von einander? K. Nein.

L. Was thue ich denn mit ihnen? K. Sie nähern sie einander.

L Meynt ihr wohl, daß jetzt dieser Winkel auch größer werde? K. Nein.

L. Warum glaubt ihr dieses nicht? K. Weil Sie vorhin, als Sie diese Schenkel von einander entfernten, sagten: der Winkel wird größer, so kann er ja nicht auch größer werden, wenn Sie die Schenkel einander nähern.

L. Ganz recht! Wie meynt ihr denn aber, daß dieser Winkel werde, indem ich seine Schenkel einander nähere? K. Kleiner.

L. Rich-

L. Richtig! (Die Schenkel von einander entfernend.) Wie wird jetzt dieser Winkel? K. Größer.

L, (die Schenkel einander nähernd.) Wie wird er jetzt? K. Kleiner.

L. Nun wißt ihr, daß ich diesen Winkel bald größer, bald kleiner gemacht habe. Habe ich, indem ich dieß that, mit den Schenkeln da (darauf zeigend) eine Veränderung in Ansehung ihrer Länge vorgenommen, indem ich sie etwa bald länger, bald kürzer machte? K. Nein.

L. Wie habe ich den diesen Winkel vorhin grösser gemacht? K. Sie entfernten die Schenkel von einander.

L. Und auf welche Weise habe ich ihn kleiner gemacht? K. Indem Sie die Schenkel einander näherten.

L. Nun könnt ihr mir gewiß sagen, wenn man einen Winkel groß, und wenn man ihn klein nennt. K. Groß heißt ein Winkel, wenn seine Schenkel weit von einander entfernt, und klein heißt er, wenn sie nahe beysammen sind.

L. Das ist recht! Nun sagt mir, welcher von diesen beyden Winkeln da (A und D fig. 13 u. 14.) der kleinere ist. K. Der Winkel D.

L. Warum glaubt ihr denn jetzt, daß D kleiner als A sey? K. Weil bey diesem die Schenkel näher beysammen sind, als bey A.

L. Gesetzt ich rückte diesen Schenkel (auf D F zeigend) aus seiner jetzigen Lage, und brächte ihn

in

in die Lage D G, würde der winkel D dadurch größer oder kleiner? K. Größer.

L. Warum müßte man ihn denn größer nennen, als er jetzt ist? K. Weil dann seine Schenkel weiter von einander entfernt wären.

L. Könnte ich denn auch, wenn ich wollte, den Winkel A kleiner machen? K. Ja.

L. Was müßte ich denn thun, damit er kleiner würde? K. Sie müßten die beyden Schenkel näher an einander rücken.

L. Richtig! Aber nun sagt mir, ob jetzt dieser Winkel (die Schenkel des Winkels A verlängernd) größer oder kleiner wird. K. Er ist weder größer noch kleiner geworden.

L. Gut geantwortet! Nun sagt mir, ob man die Grösse eines Winkels nach der Länge oder nach der Entfernung seiner Schenkel von einander beurtheilt. K. Nach ihrer Entfernung von einander.

L. Wer kann mir nun in einen Satz zusammen fassen, was ihr jetzt gelernt habt. K. (versuchen dieses zu thun.) —

L., (welcher fig. 15 und 16 an die Tafel gezeichnet hat.) Nun sagt mir doch, welcher von diesen beyden Winkeln der kleinere ist. K. Der Winkel B.

L. Warum nennt ihr diesen kleiner als A? K. Weil seine Schenkel näher als die Schenkel des Winkels A beysammen sind.

L., (die Schenkel des Winkels B bis m und n verlängernd.) Nun habe ich wohl diesen Winkel größer gemacht? K. Bewahre! Bey der Größe eines

eines Winkels kommt es ja nicht auf die Länge der Schenkel an.

L. Nun will ich doch einmahl sehen, ob ihr Recht habt und die Schenkel des Winkels A wirklich weiter von einander entfernt sind, als die Schenkel des Winkels B. (Der Lehrer faßt nun die Weite von o bis p im Winkel A zwischen die Schenkel eines Zirkels; setzt den einen derselben in m ein, und richtet den andern hinüber nach n.) Da scheint es doch wahrhaftig, als hättet ihr euch geirrt. Denn die Schenkel des Winkels B sind, wie ihr offenbar seht, weiter von einander entfernt, als die Schenkel des Winkels A. K. Sie haben die Weite des Winkels B nicht an der rechten Stelle gemessen, Sie müssen dieses weiter oben thun *).

L. Da habt ihr Recht! Ihr merkt also wohl, daß es nicht gleichviel seyn kann, wo man die Entfernung der Schenkel des Winkels B mißt, wenn man sehen will, ob er größer oder kleiner als A, bey dem ich die Entfernung der Schenkel bereits an einer gewissen Stelle gemessen habe, ist. Jetzt will ich euch zeigen, wie ihr die Stellen finden könnt, wo man immer die Weiten zweyer Winkel mit einander vergleichen muß, wenn man den größern derselben herausfinden will. Seht, jetzt mache ich den Zirkel so weit auf als ich will, setze den einen Schenkel desselben in den Scheitel A, und mit seinem andern Schenkel und unveränderter Oeffnung bemerke ich

*) So oder auf eine ähnliche Art antworten die meisten Kinder.

ich mir diese beyden Puncte (o und p). Nun lasse ich, wie ihr seht, die Oeffnung des Zirkels immer noch unverändert, setze seinen einen Schenkel in B ein, und bemerke auf Bm und Bn diese beyden Puncte (q und r). Jetzt vergleiche ich die Weite von o bis p mit der Weite von q bis r, und sehe, welche größer oder kleiner ist, um darnach zu bestimmen, welcher Winkel der größere oder kleinere ist. Nun sagt mir, wie sich die Entfernung von A bis o p zur Entfernung von B bis q r verhält. K. Jene ist so groß als diese. (Sie sind einander gleich.)

L. Richtig! Daher kann ich sprechen: ich habe auf den Schenkeln zweyer Winkel gewisse Puncte in gleicher Entfernung von ihren Scheiteln bemerkt. Kann mir jemand diesen Satz nachsagen? K. (sagen ihn nach.)

L., (welcher die vorigen Winkel weggelöscht und zwey andere an die Tafel gezeichnet hat.) Nun will ich einen Befehl geben und sehen, wer von euch ihn am pünktlichsten wird befolgen können. Bemerkt mir auf den Schenkeln dieser zwey Winkel gewisse Puncte in gleicher Entfernung von ihren Scheiteln. K. (thun dieses.)

L. Nun sagt mir, wie ihr antworten wollt, wenn man euch fragt: wo muß ich die Entfernung der Schenkel zweyer Winkel messen, wenn ich sehen will, welcher von diesen Winkeln der größere oder kleinere ist? K. In gleichen Entfernungen von ihren Scheiteln.

L. Das ist recht! Jetzt will ich einige Winkel vorzeichnen und Fritz ꝛc. soll mir dann vermittelst des Zirkels den größten derselben heraus suchen.

Uibung im Aufsuchen größerer und kleinerer Winkel vermittelst des Zirkels.

L., (welcher A B fig. 17 gezogen hat.) Was habe ich denn jetzt daher gezeichnet? K. Eine Linie.

L. Zu welcher Art von Linien gehört sie denn? K. Zu den geraden.

L., (der nun auch C D gezogen hat.) Wie viel Linien seht ihr denn jetzt hier? K. Zwey.

L. Wie viel Winkel bilden denn diese zwey Linien? K. Zwey.

L. Recht! Jetzt lösche ich von der Linie A B den Theil D B weg: wie viel Winkel sind jetzt da? K. Einer.

L. Nenne seine Schenkel mit den dabey stehenden Buchstaben. K. D A und D C.

L. Gut! Jetzt will ich D B wieder herzeichnen, und dafür A D. weglöschen: wie viel Winkel sind denn jetzt da? K. Einer.

L. Nennet mir seine Schenkel. K. D B und D C.

L. Nun zeichne ich A D wieder her: wie viel Winkel sind jetzt wieder da? K. Zwey.

L. Welche Linie ist denn ein Schenkel von beyden Winkeln? K. C D.

L. Wie nennt man das, woran mehrere Theil haben, oder was mehrerern zugehört? K. Gemeinschaftlich.

L. Wie können wir denn diesen Schenkel C D nennen, da er zweyen Winkeln zugleich zugehört? K. Einen gemeinschaftlichen Schenkel.

L. Recht! So nennt man ihn auch. Außer dem gemeinschaftlichen Schenkel finden wir hier (fig. 17.) noch zwey Schenkel, denen man es aber, wenn wir C D weglöschen, gar nicht ansehen kann, daß sie zu zwey verschiednen Winkeln gehören. Woher mag dieses wohl kommen? K. Daher, weil sie alle beyde zusammen stoßen und nur eine einzige Linie ausmachen.

L. Und zu welcher Art von Linien gehört A B? K. Zu den geraden.

L. Daher kann man sagen: zwey Schenkel von diesen zwey Winkeln machen nur eine einzige gerade Linie aus. Nun sagt mir, was ihr an diesen beyden Winkeln (auf fig. 17. zeigend) für Merkmahle wahrnehmt, die sich an diesen beyden (fig. 18) nicht finden. K. Die zwey ersten (fig. 17) haben einen gemeinschaftlichen Schenkel und die übrigen beyden Schenkel machen eine einzige gerade Linie aus.

L. Das ist recht! Nun habt ihr mir die Merkmahle von Nebenwinkeln angegeben. Denn alle Winkel, welche die Merkmahle haben, die sich an diesen beyden hier (fig. 17.) befinden, heißen Nebenwinkel. Sollten wohl diese Winkel hier (auf

 fig. 18

fig. 18 zeigend) auch Nebenwinkel heißen können? K. Nein.

L. Warum denn nicht? Sie stehen doch neben einander. K. Aber sie haben keinen Schenkel mit einander gemein und auch nicht zwey Schenkel, welche nur eine einzige gerade Linie ausmachen.

L. Da habt ihr Recht! Nun sagt mir doch, was ihr unter Nebenwinkeln versteht. K. Solche Winkel, die einen gemeinschaftlichen Schenkel haben und deren übrige beyden Schenkel eine einzige gerade Linie ausmachen.

L. Nun macht mir doch geschwinde einige Nebenwinkel auf eure Schiefertafeln. — Gut! Jetzt sagt mir, ob dieses (fig. 19 ohne B C an die Tafel zeichnend) Nebenwinkel sind oder nicht. K. Das sind keine *).

L. Ich dächte aber doch, daß man sie Nebenwinkel nennen könnte, da sie ja den Schenkel E B mit einander gemein haben. K. Aber die übrigen beyden Schenkel machen keine einzige gerade Linie aus.

L. Das heißt recht Achtung gegeben. Dieses (fig. 19) sind wohl neben einander liegende

*) Wenn unachtsame Kinder mit ja antworten, so frage man wieder: wenn nennt man den Winkel Nebenwinkel? L. Wenn ꝛc. L. Findet ihr denn alle diese Merkmahle hier an diesen beyden Winkeln? K. Nein. L. Also ꝛc.

de Winkel, aber keine Nebenwinkel. Sind denn (D E fig. 17 ziehend) E D C und B D E Nebenwinkel? K. Nein.

L. Warum nicht? K. Weil ꝛc.

L. Da sind wohl B D E und E D A auch keine Nebenwinkel? K. O ja.

L. Warum glaubt ihr dieses? K. Weil ꝛc.

L. Gut! Bey dieser Figur (fig. 17) könnt ihr auch sehen, wenn es nöthig ist, einen Winkel mit drey, Statt mit einem einzigen Buchstaben zu bezeichnen. Spräche ich jetzt: zeiget mir den Winkel D, so wüßtet ihr nicht, ob ich den Winkel B D E, oder E D C, oder C D A meynte, weil der Scheitel von allen dreyen in dem Puncte D liegt. Wenn ich aber frage: auf welcher Seite liegt der Winkel C D A? so könnt ihr mir gewiß gleich antworten. Wie lautet eure Antwort auf diese Frage? K. Auf der linken.

L. Und mit welchen Buchstaben nennt ihr die rechts liegenden Winkel? K. Mit C D E und E D B.

L. Gut! Wenn wir uns noch kürzer ausdrücken wollen, so können wir in jeden dieser Winkel einen einzigen, und zwar einen kleinen Buchstaben setzen und ihn darnach benennen. So können wir in den Winkel C D A ein kleines x, und in C D E ein kleines u, und in E D B ein o setzen (man thue dieses) und alle drey Winkel x, u und o nennen. Nun urtheilt einmahl wieder nach dem Augenmaße und sagt mir, ob sich der Schenkel C D

(E D weglöschend) mehr herüber zum Schenkel A D oder mehr hinüber zum Schenkel D B neige*). K. Er scheint sich nicht mehr gegen A D als gegen D B zu neigen.

L. Ihr urtheilt richtig. Denn ich habe diese Figur so gezeichnet, daß die Schenkel A D und C D weder weiter von einander entfernt noch näher beysammen sind, als C D und D B. Wie müssen sich demnach die Winkel x und u zu einander verhalten? K. Sie müssen einander gleich seyn.

L. Warum behauptet ihr dieses? K. Weil beyder Schenkel in gleicher Entfernung von ihrem Scheitel gleichweit von einander entfernt sind.

L. Recht! Nun seht diese Figur (man verzeichne fig. 19 ohne E B) an und sagt mir, ob hier die gerade Linie D B auch so auf der andern geraden Linie A C stehe, daß die Nebenwinkel einander gleich sind. K. Nein, so steht D B nicht auf A C.

L. Von welcher Zeichnung da an der Tafel können wir dieses nur behaupten? K. Von der da (auf fig. 17 zeigend).

L. Was sagtet ihr so eben, daß wir von dieser Zeichnung behaupten können? K. Daß eine gerade Linie

*) Verstehen die Kinder diesen Ausdruck noch nicht, so bilde man mit Nro. 5. die nämlichen zwey rechten Winkel, die jetzt an der Tafel verzeichnet sind, und neige C D nach einer Seite hin, und spreche: seht! jetzt neigt sich diese Linie mehr gegen die Rechte (Linke) als gegen die Linke (Rechte).

Linie C D auf einer andern geraden Linie A B so stehe, daß die Nebenwinkel gleich groß sind.

L. Den Sinn der Worte: eine gerade Linie steht auf einer andern (geraden) Linie so, daß die dadurch entstehenden Nebenwinkel gleich groß sind, kann man weit kürzer also ausdrücken: eine Linie steht auf einer andern senkrecht. C D in dieser Zeichnung (fig. 17) steht auf A B senkrecht. Steht denn wohl D B in dieser Zeichnung (fig. 19) auch senkrecht auf A C? K. Nein.

L. Warum darf man nicht sagen, daß D B auf A C senkrecht stehe? K. Weil D B nicht so auf A C steht, daß die Nebenwinkel, die sie (die Linie D B) mit A C bildet, gleich groß sind.

L. Woran kann man also erkennen, daß eine gerade Linie auf einer andern senkrecht stehe? K. Daran, daß die Nebenwinkel, welche sie mit der andern bildet, gleich groß sind.

L. Ganz recht! Nun sagt mir doch, ob man von einer einzigen Linie, die also mit keiner andern in Verbindung steht, auch das Wort senkrecht gebrauchen kann? K. Nein.

L. Warum denn nicht? K. Weil eine einzige Linie für sich keine Nebenwinkel bilden und man also nicht sagen kann: sie steht auf einer andern so, daß die Nebenwinkel gleich groß sind.

L. Das ist recht! Vorhin sagte ich: wenn eine gerade Linie auf einer andern geraden Linie ꝛc. Nun sagt mir, ob die Linie C D auf A B (fig. 20) senkrecht stehe oder nicht. K. C D ist

krumm, und von einer krummen Linie kann man nicht sagen, daß sie auf einer andern senkrecht stehe.

L. Recht! Das Wort senkrecht, Statt dessen man auch eins von den Wörtern perpendiculär, lothrecht, normal wählen kann, kann man nur gebrauchen, wenn von geraden Linien, welche die angegebene Lage gegen einander haben, die Rede ist. Jetzt sagt mir, ob die Linie C D (fig. 17) ihre Lage ändert, wenn ich, wie ich jetzt thue, A D weglösche. K. Nein.

L. Vorhin stand C D ungefähr auf der Mitte und jetzt steht sie ganz am Ende einer Linie, ohne daß aber ihre vorige Richtung geändert worden wäre. Nun möchte ich wohl eure Meynung hören, und von euch erfahren, ob ihr glaubt, daß C D auch auf D B senkrecht stehe. K. Das glauben wir.

L. Was habt ihr für einen Grund, dieses zu glauben? K. Eben weil die Linie C D ihre Richtung gar nicht verändert hat.

L. Aber es sind doch jetzt keine Nebenwinkel da, von denen ich behaupten könnte, daß sie einander gleich wären? K. —

L. Könntet ihr euch denn nicht gleich einen Winkel verschaffen, der von A D C ein Nebenwinkel wäre? K. Ja.

L. Wie denn? K. Wenn wir A D verlängerten.

L. Und wenn ihr dieses thätet, so würde der dadurch entstehende Winkel dem Winkel A D C gleich

gleich seyn. Und auch in diesem Falle, wo nämlich der Nebenwinkel, den ich mir noch verschaffen kann, dem schon vorhandenen gleich seyn würde, sagen wir: die eine Linie (CD) stehet auf der andern (AD) senkrecht. Jetzt könnt ihr mir sagen: ob auch eine gerade Linie auf dem Endpuncte einer andern senkrecht stehen könne oder nicht. K. Ja, das kann sie.

L. Allerdings! Aber wenn ich euch nun diese Figur (fig. 18) vorlegte, und euch den Auftrag gäbe, zu untersuchen, ob CB auf BA senkrecht stehe oder nicht, so könntet ihr diese Untersuchung gar nicht anstellen, weil der Winkel B keinen Nebenwinkel hat. K. Den könnten wir uns verschaffen, wenn wir AB verlängerten.

L. Richtig! Und wenn ihr dann fändet, daß der dadurch entstehende Winkel dem jetzt schon vorhandenen Winkel B gleich wäre, was würdet ihr denn von CB behaupten? K. Daß sie senkrecht auf BA stünde.

L. Und eure Behauptung wäre richtig. Wenn also eine gerade Linie auf einer andern so stehet, daß die Nebenwinkel, die dann beyde entweder wirklich schon bilden, oder die erst noch durch Verlängerung der einen von ihnen entstehen würden, einander gleich sind, so sagt man — ? K. Die eine Linie steht auf der andern senkrecht.

L. Nun seht diese Figur (fig. 21) an*), in welcher der Winkel x dem Winkel u gleich ist, und sagt mir, ob hier auch eine Linie auf einer andern senkrecht stehe. K. Ja, es steht ꝛc.

L. Welche Linie scheint euch denn auf einer andern senkrecht zu stehen? K. Die Linie C D.

L. Auf welcher steht sie denn senkrecht? K. Auf A B.

L. Warum glaubt ihr denn daß C D auf A B senkrecht stehe? K. Weil beyde Linien gerade und die Nebenwinkel, welche C D mit A B macht, gleich groß sind.

L. Nun merkt aber, daß man nicht etwa nur von Einer der zwey Linien die hier (auf fig. 17. 18. und 21. zeigend) immer zusammen stoßen sagt; sie steht auf der andern senkrecht, sondern man sagt dieß immer von allen beyden. Hier (fig. 17) steht A B auf C D und C D auf A B; hier (fig. 18) steht A B auf C B und C B auf A B, und hier (fig. 21) steht so wohl A B auf D C als D C auf auf A B senkrecht. Nun habe ich hier (mit Nro. 5) zwey Nebenwinkel, welche einander gleich sind, gebildet. Wie müssen daher diese beyden Stäbe (Linien) auf einander stehen? K. Senkrecht.

L. Wenn ich nun die Winkel nicht verändere, übrigens aber diese Stäbe so und so (man bringe sie

*) Es ist sehr wichtig, daß der Anfänger eine Figur in mancherley Lagen sehe und sie nach den wesentlichen und nicht nach zufälligen Merkmahlen, dergleichen ihre Lage ist, beurtheilen lerne.

sie in allerley Lagen, so daß der Schenkel C D (fig. 17) bald vertical, bald horizontal, bald schief gegen den Horizont steht) hatte, stehen denn da immer diese beyden Stäbe, die uns Linien bedeuten sollen, senkrecht auf einander? K. Freylich.

L. Warum behauptet ihr den dieses? K. Weil doch immer zwey gerade Linien so auf einander stehen, daß die Nebenwinkel einander gleich sind.

L. So ist es recht! Jetzt betrachtet diese Figuren (fig. 17 u. 19 ohne EB) wieder und sagt, ob in beyden die Winkel durch Linien, welche auf einander senkrecht stehen, gebildet werden oder nicht. K. Nicht in beyden ist dieses der Fall.

L. In welcher Figur ist denn dieses nur der Fall? K. In der erstern (links rc. stehenden).

L. Was behaupten wir jetzt von dieser Figur? K. Daß die Winkel A D C und C D B von Linien gebildet werden, welche auf einander senkrecht stehen.

L. Das heißt kürzer — nun wohl aufgepaßt! — wir behaupten, daß diese Winkel (A D C u. C D B fig. 17) rechte Winkel sind. Ich sage: diese zwey Winkel (auf fig. 17 zeigend) sind rechte Winkel, aber diese hier (fig. 19) können diese Benennung nicht führen. Wer ist wohl jetzt im Stande, mir zu sagen, welche Winkel man rechte Winkel nennt? K. Diejenigen, welche von Linien gebildet werden, die auf einander senkrecht stehen.

L. Ganz recht! So bald ihr also wißt, daß zwey Linien auf einander senkrecht stehen, so müßt ihr

ihr die Winkel, welche sie bilden, nennen —? K. Rechte.

L. Und umgekehrt, wenn ich sage: dieß ist ein rechter Winkel, so könnt ihr mir sagen, wie seine Schenkel aufeinander stehen: wie? K. Senkrecht.

L. Wenn zwey Linien nicht senkrecht auf einanstehen, so stehen sie schief auf einander und die Winkel, die sie dann bilden, nennt man schiefe Winkel. Ein Winkel der kein rechter ist, ist also —? K. Ein schiefer.

L. Bemerkt ihr wohl einige schiefe Winkel hier an der Tafel? K. Ja, D B C und D B A in der rechts ꝛc. (fig. 19) stehenden Zeichnung (Figur) sind schiefe Winkel.

L. Warum nennt ihr sie so? K. Weil sie von Linien gebildet werden, die schief (nicht senkrecht) auf einander stehen.

L., (welcher Nro. 5 vor sich hat und einen rechten Winkel damit bildet.) Jetzt stehen diese zwey Stäbe senkrecht auf einander, wie wollt ihr also den Winkel, welchen sie bilden, nennen? K. Einen rechten.

L., (den Winkel vergrößernd.) Wie wird jetzt dieser Winkel? wird er größer oder kleiner als ein rechter? K. Größer.

L. Da wird es also ein stumpfer Winkel. Ich sage: der Winkel, den ich jetzt gebildet habe, ist stumpf. Nun will ich diesen stumpfen Winkel wieder verkleinern, bis es ein rechter ist. — So! Jetzt habe ich wieder einen rechten Winkel. (den rech-

rechten Winkel verkleinernd.) Nun sagt mir geschwind, ob jetzt dieser Winkel größer oder kleiner als ein rechter wird. K. Er wird kleiner.

L. Richtig! Ich habe jetzt diesen Winkel kleiner als einen rechten, d. h. ich habe ihn — nun paßt auf! — spitzig gemacht. Jetzt ist, sage ich, dieses ein spitziger Winkel, und nun (den einen Schenkel wieder senkrecht auf den andern stellend) ist es wieder ein rechter. Wer von euch ist nun so geschickt, mir sagen zu können, was ich mit diesem rechten Winkel für Veränderungen vornehmen kann? K. Sie können ihn größer und kleiner machen.

L. Welche Benennung gab ich denn vorhin einem Winkel, der größer als ein rechter war? K. Einen solchen nannten Sie stumpf.

L. Und wie nannte ich einen Winkel, welcher kleiner als ein rechter war? K. Spitzig.

L. Das ist recht! Nun sagt mir geschwind, wie viel Arten von Winkeln ihr jetzt kennt. K. Drey Arten.

L. Nennt diese Arten. K. Rechte, stumpfe und spitzige Winkel.

L. Wer kann mir aber auch sagen, was man unter rechten, stumpfen und spitzigen Winkeln versteht? K. Rechte Winkel sind solche Winkel, deren Schenkel senkrecht auf einander stehen, stumpfe sind solche, die größer, und spitzige solche, die kleiner als ein rechter sind.

L. Und

L. Und was haben stumpfe und spitzige Winkel wieder für einen gemeinschaftlichen Namen? K. Schiefe Winkel.

L. Wer bemerkt wohl hier im Zimmer rechte und schiefe Winkel? K. (sagen vielleicht, wo sie dergleichen bemerken. Die Flächen der Thüren rc. sind gewöhnlich rechtwinklicht und die Balken in den sogenannten Riegelwänden bilden mit unter schiefe Winkel.)

L. Hier (man zeichne fig. 22 ohne die punctirten Theile der Linien an die Tafel) habe ich die Linien AB, CA und DE gezeichnet, um von euch zu erfahren, ob ihr glaubt, daß z. B. DE senkrecht oder schief auf AB stehe. K. DE steht ja gar nicht auf AB.

L. Das ist wahr. Aber würde denn diese Linie (DE) wenn ich sie ein bischen verlängerte, nicht auf AB zu stehen kommen? K. O ja.

L. Und was würde, dem Augenmaße nach zu urtheilen, DE, wenn ich es herunter bis AB verlängerte mit dieser Linie für eine Art von Winkeln bilden? K. Rechte.

L. Wie würde also die verlängerte Linie DE auf AB stehen? K. Senkrecht.

L. Das ist richtig! Da nun aber jetzt DE nicht auf AB steht, so kann ich freylich nicht sagen: DE steht senkrecht auf AB, sondern man muß sprechen: DE steht senkrecht gegen AB. Jetzt verlängere ich DE, damit ihr sehet, daß diese Linie bey ihrer Verlängerung mit AB wirklich

lich Nebenwinkel bildet, von denen ich weiß, daß es rechte Winkel sind. Warauf steht jetzt D E? K. Auf A B.

L. Wie steht es aber auf A B? K. Senkrecht.

L., (den punctirten Theil von D E weglöschend.) Wie spricht man jetzt, um die Lage von D E gegen A B anzuzeigen? K. D E steht senkrecht gegen A B.

L. Jetzt will ich einmahl C A und A B verlängern, bis sie in A zusammenstoßen. — So! Was scheint euch nun der Winkel A für ein Winkel zu seyn? K. Ein rechter.

L. Ein solcher ist es auch. Jetzt lösche ich die angesetzten Stücke von beyden Linien wieder weg. — So! Seht ihr wohl jetzt ein paar Linien an der Tafel, die wenn man sie beyde verlängerte, bis sie in einem Puncte zusammen stießen, einen rechten Winkel bilden würden? K. Ja.

L. Welche Linien haben denn eine solche Stellung gegen einander? K. C A und B A.

L. Meynt ihr wohl, daß man die Stellung, welche diese beyden Linien gegen einander haben, schief (eine schiefe Stellung) nennen dürfe? K. Nein.

L. Welche Benennung scheint euch schicklicher zu seyn? K. Die Benennung senkrecht.

L. Diese Benennung gebraucht man auch hier. Man spricht: C A steht senkrecht gegen A B. Ihr wißt

wißt nun jetzt, daß so wohl DE als CA gegen AB senkrecht stehen. Könnt ihr mir aber auch sagen, wenn man behaupten darf, daß ein paar gerade Linien senkrecht gegen einander stehen? K. Wenn sie eine solche Stellung gegen einander haben, daß sie, wenn man entweder die eine oder beyde verlängert, bis sie in einem Puncte zusammen stoßen, zwey oder einen rechten Winkel mit einander bilden.

L. Gut! Wenn glaubt ihr wohl, daß man sagen dürfe: ein paar Linien, die, wie diese hier (fig. 25), einander nicht berühren, stehen schief gegen einander? K. Wenn sie eine solche Stellung gegen einander haben, daß sie, im Falle man sie verlängert bis sie in einem Puncte zusammen stoßen, einen schiefen Winkel bilden.

L. Das ist recht! Nun merkt, daß viele Leute schief stehende Linien krumm nennen, welches aber ein Fehler ist. Eine schief oder, wie man auch sagt, schräg stehende Linie ist alle Mahl auch eine gerade Linie, und wir können sie nur dann schief oder schräg nennen, wenn wir ihre Richtung mit der Richtung einer andern geraden Linie vergleichen und finden, daß sie entweder schon wirklich, oder bey ihrer Verlängerung endlich einen oder zwey schiefe Winkel bilden würden. Wenn ich z. B. eine soche Linie (fig. 3 ohne Querstriche) quer über die Tafel ziehe, so sagen vielleicht manche von euch: das ist eine krumme Linie. Ist aber dieses wahr? K. Nein.

L. Warum

L. Warum dürfen wir sie denn nicht krumm nennen? *) K. Weil ihre Theile sich alle nach Einer Gegend hinrichten.

L. Freylich! Wenn wir aber die Richtung dieser Linie (fig. 3.) mit der Richtung der Linie, womit die Fläche unserer Tafel oben oder unten begrenzt ist, vergleichen, so müssen wir sagen: sie steht —? K. Schief.

L. Recht! AB steht schief: aber gegen welche Linie? K. Gegen diejenige, wovon die Fläche unserer Tafel ꝛc.

L. Gut! Hieraus seht ihr, daß wenn auch von der Lage nur einer einzigen Linie die Rede zu seyn scheint, wir doch, ohne daß wir oft daran denken, noch eine andere in Ansehung ihrer Richtung mit ihr vergleichen. Dieß thun wir gewöhnlich, wenn wir von einer einzigen geraden Linie, die auf einer von geraden Linien begrenzten Fläche gezogen ist, behaupten, daß sie schief oder senkrecht stehe. Wie antwortet ihr z. B. wenn ich frage: wie steht diese (von fig. 10. die gerade Linie ziehend) Linie? K. Senkrecht.

L. Aber mit welcher Linie vergleicht ihr sie in Gedanken? K. Mit derjenigen, von welcher hier unten (oben) die Fläche unserer Tafel begrenzt wird.

L. Frey-

*) Ich für meine Person konnte nur durch häufige Wiederhohlungen solcher Fragen meinen Schülern die Begriffe gerade, krumm und schief recht geläufig machen.

L. Freylich! Wenn ich nun diese Linie (fig. 3 unter die gerade Linie von fig. 10 so ziehend, daß sie einander nicht berühren) noch daher ziehe, und ihre Stellung mit der Stellung der erstern vergleiche, werde ich da wohl auch sagen dürfen: die erstere steht senkrecht gegen die letztere? K. Nein.

L. Wie steht sie denn gegen sie? K. Schief.

L. Nun könnt ihr mir sagen, ob eine und die nämliche Linie zugleich eine senkrechte und eine schiefe Stellung haben könne. K. Ja.

L. Was bejahet ihr jetzt? K. Daß ꝛc.

L. Aber wie ist das möglich? Ich denke eine Linie, welche senkrecht steht, kann nicht zugleich schief stehen. K. Senkrecht kann sie gegen eine und schief gegen eine andere Linie stehen.

L. Richtig! Wie haben wir denn neulich Linien genannt, welche in allen ihren Puncten gleich weit von einander entfernt sind? K. Parallellinien.

L. Solche Linien mag man, was ihr in der Folge noch lernen werdet, verlängern so weit man will, so stoßen sie nie zusammen, können also bey ihrer Verlängerung weder rechte noch schiefe Winkel bilden, daher wir also auch nicht sagen können, daß Parallellinien schief oder senkrecht gegen einander stehen, sondern eben das Wort parallel gebrauchen müssen, um die Lage, die sie gegen einander haben, anzuzeigen. Nunmehr könnt ihr mir sagen, wie viel verschiedne Stellungen ein paar Linien gegen einander haben können. K. Drey.

L. Nennt mir diese drey verschiednen Stellungen. K. Senkrecht, schief und parallel.

L. Jetzt will ich sehen, ob ihr alles thun könnt, was ich euch sagen werde. Zieht mir auf euren Schiefern aus freyer Hand ein paar Linien, welche weder senkrecht noch parallel gegen einander stehen. K. (müssen also hier ein paar Linien ziehen, welche gegen einander schief stehen)

L. Wie stehen Linien gegen einander, die weder gleichlaufend, noch perpendiculär oder Lothrecht *) gegen einander stehen? K. Schief.

L. Nun zieht zwey Linien, wovon jede mit einer der erst gezogenen parallel läuft. — Nun zieht mir eine Linie, die gegen eine andere senkrecht, und gegen eine dritte schief stehet und mit einer vierten parallel läuft **). K. (thun dieses.)

L. Nun sagt mir auch alles wieder, was ihr jetzt gethan habt. K. Wir haben rc.

L. Jetzt will ich eine Menge Linien, die mancherley Stellungen gegen einander haben, auf der Tafel ziehen und ihr sagt mir dann, welche Stellungen

*) Auch diese Namen müssen den Kindern geläufig werden.

**) Solche Uibungen sind ein vortreffliches Mittel, nicht nur die vorher entwickelten Begriffe den Kindern recht geläufig zu machen, sondern auch das Nachdenken und die Urtheilskraft zu üben und Schnell- und Selbstthätigkeit anzuregen. Man nehme sie daher oft und unter verschiednen Gestalten vor, und halte es nicht für überflüßig, daß ich darauf aufmerksam mache.

gen sie gegen einander haben. — — Jetzt sagt mir doch, wie die Kornhalme, wenn sie nicht vom Winde bewegt, auch von der Schwere der Körner noch nicht niedergedrückt werden, gegen einander stehen. K. Parallel.

L. Und die Bäume im Walde? K. Meist auch parallel u. s. w.

L. Jetzt will ich euch einmahl verschiedene Fragen und Sätze dictiren, mit dem Auftrage, die erstern zu beantworten, und über die letztern eure Meynung, mit Gründen belegt, zu sagen, beydes aber schriftlich zu thun.

Was bedeutet das Wort Winkel?

Wodurch unterscheidet sich ein geradlinigter Winkel von einem krummlinigten?

Wie nennt man die Linien welche einen Winkel einschließen?

Wie nennt man Winkel, welche nur Einen Schenkel haben*).

Wodurch unterscheidet sich der Scheitel eines geradlinigten von dem Scheitel eines krummlinigten Triangels?

Wie viel Mahl ist ein Winkel dessen Schenkel neun Zoll lang sind größer, als ein anderer, dessen Schenkel eine Länge von drey Zoll haben?

Wenn

*) Es versteht sich wohl ohne mein Erinnern, daß diese und ähnliche Fragen gethan werden, um den Kindern Veranlassung zum Nachdenken zu geben und ihre Urtheilskraft zu üben.

Wenn nennt man ein Paar Winkel Nebenwinkel?

Warum können zwey Nebenwinkel zusammen genommen nicht vier Schenkel haben?

Wenn nennt man einen Winkel einen rechten?

Wenn sagt man: eine Linie steht senkrecht auf einer andern?

Wie nennt man Winkel, deren Schenkel nicht senkrecht auf einander stehen?

Wie viel Arten von schiefen Winkeln giebt es?

Wie ist ein krummlinigter rechter Winkel von einem geradlinigten rechten Winkel unterschieden?

Wenn kann ich von einer geraden Linie nicht behaupten, daß sie schief oder schräg stehe?

Fritz sagte: Carl, wenn du einen Winkel bilden willst, so mußt du zwey Striche mit Kreide auf die Tafel machen.

Wenn ein rechter Winkel der Nebenwinkel eines spitzigen ist, so müssen beyde einen gemeinschaftlichen Schenkel haben.

Es kann keine Nebenwinkel geben, wenn der eine schief und der andere stumpf ist.

Wenn die Schenkel eines Winkels mit einander parallel laufen so ist sein Nebenwinkel stumpf.

Je weiter der Scheitel eines Winkels von den Endpuncten seiner Schenkel entfernt ist, desto größer ist dieser Winkel.

Die Lage einer geraden Linie kann man nicht eher bestimmen, als bis man weiß, ob ihre Thei-

le nach einer oder nach verschiedenen Gegenden zu liegen.

---

g) Figur.

L., (welcher fig. 13 und 24 an die Tafel verzeichnet hat.) Die ebene Fläche, welche zwischen diesen beyden Linien (fig 13) liegt, wollen wir A (diesen Buchstaben auf erwähnte Fläche setzend) und diese andere hier (fig. 24) B (diesen Buchstaben in das Dreyeck setzend) nennen. Nun sagt mir, ob diese beyden ebenen Flächen von allen Seiten mit Linien eingeschlossen sind. K. Nein, beyde sind nicht ꝛc.

L. Von welcher dieser ebenen Flächen kann man nur behaupten, daß sie auf allen Seiten mit Linien eingeschlossen, oder welches eben so viel ist, allenthalben begrenzt sey? K. Von der Fläche B.

L. Kann mir eins von euch noch einmahl sagen, was wir jetzt von der ebenen Fläche B behaupten? K. Wir behaupten, daß sie allenthalben ꝛc.

L. Wenn man das, was ihr jetzt gesagt habt, von einer ebenen Fläche behaupten kann, so darf man sie eine ebene Figur nennen. Nun will ich geschwind sehen, ob ihr verstanden habt, was ich jetzt gesagt habe. Die Fläche A ist eine ebene Fläche, auch auf einigen Seiten begrenzt: werden wir wohl diese ebene Fläche eine ebene Figur nennen dürfen? K. Nein.

L. Warum denn nicht? K. Weil sie nicht allenthalben von Linien eingeschlossen (begrenzt) ist.

L. Ganz

L. Ganz recht! Nun sagt mir, was ihr bey dem Worte: ebene Figur, euch denkt. K. Eine ebene allenthalben begrenzte Fläche.

L. (der noch einen Kreis, ein Oval und ein Viereck an die Tafel gezeichnet hat.) Sind denn dieses da wohl auch ebene Figuren? K. Allerdings.

L. Warum nennt ihr sie denn so? K. Weil es ebene allenthalben begrenzte Flächen sind.

L. Richtig! Wie glaubt ihr wohl, daß man eine krumme allenthalben begrenzte Fläche nennen könne? K. Eine krumme Figur.

L. Ganz recht! Außer den ebenen und krummen Figuren, die man zusammen auch Flächenfiguren nennt, giebt es auch körperliche Figuren. Da wir aber in diesen unsern Lectionen eine Zeitlang bloß von ebenen Flächenfiguren sprechen werden, so wollen wir der Kürze wegen nur das Wort Figur gebrauchen und uns dabey immer eine ebene Flächenfigur denken. Uiberdieß merkt euch, daß man in der Geometrie jede Zeichnung, womit man etwas erläutert oder versinnlicht, also auch einzelne Linien und Winkel, Figuren nennt. In diesem Sinne habe ich dieses Wort schon ein paar Mahl gebraucht, ehe ich euch gesagt habe, was es eigentlich bedeutet. Nun sagt mir, wie viel Figuren, ich meyne ebene Flächenfiguren, an unsere Tafel da gezeichnet habe. K. Vier. (Dreyeck, Kreis, Oval, Viereck.)

L. Was für einen Unterschied bemerkt ihr zwischen diesen Figuren, wenn ihr auf die Art der Linien seht, wovon sie (diese Figuren) eingeschlossen sind?

sind? K. Einige sind von krummen, und einige von geraden Linien eingeschlossen.

L. Wenn wir nun diese Figuren nach der verschiedenen Beschaffenheit der Linien, wovon sie begrenzt sind, in verschiedene Abtheilungen bringen wollten, wie viel könnten wir denn da Abtheilungen machen? K. Zwey.

L. Welche Figuren wolltet ihr denn wohl immer zusammen in Eine Abtheilung stellen? K. Diejenigen, welche von krummen Linien begrenzt sind, kämen in die eine, und diejenigen, welche von geraden Linien eingeschlossen sind, in die andere.

L. Auf diese Weise hättet ihr allerdings richtig eingetheilt. Ich will auf unserer Tafel diese Abtheilung wirklich machen und hier zur Linken diejenigen Figuren stellen, welche von krummen, und zur Rechten diejenigen, welche von geraden Linien begrenzt sind. — So! Wenn ihr nun auch den Figuren in jeder Abtheilung einen gemeinschaftlichen Namen geben solltet, aus welchem man gleich die Art der Linien, wovon sie begrenzt sind, erkennen könnte, welche Namen würdet ihr da wählen? K. Krummlinigte und geradlinigte Figuren.

L. Da hättet ihr die rechten Namen getroffen; denn so nennt man wirklich diese Abtheilungen von Figuren. Wie würdet ihr euch denn ausdrücken, wenn ihr jemanden die Merkmahle einer krummlinigten Figur angeben oder sagen solltet, was man unter diesem Ausdrucke versteht? K. Eine krummlinigte Figur ist eine solche Figur, welche von krummen Linien begrenzt wird.

L. Und

L. Und was versteht ihr denn unter einer geradlinigten Figur? K. Eine solche, welche von geraden Linien ꝛc.

L. In welche Abtheilung wollt ihr denn wohl diese Figur (fig. 25. an die Tafel zeichnend) setzen? K. Unter die krummlinigten.

L. Warum denn? K. Weil ꝛc.

L. Und wohin wollt ihr diese Figur (fig. 26.) rechnen? K. Unter die geradlinigten.

L. Aber wo wollt ihr dieser (fig. 27.) eine Stelle anweisen? K. —

L. Warum zaudert ihr zu antworten? K. Weil diese weder in die eine noch in die andere Abtheilung paßt.

L. Warum paßt sie denn in keine von beyden? K. Weil sie sowohl von einer krummen als auch von einer geraden Linie begrenzt wird.

L. Das ist recht! Man nennt diese Figur eine vermischtlinigte, und wir müssen für sie eine neue Abtheilung machen. In wie viel Abtheilungen haben wir jetzt diese Figuren hier gebracht? K. In drey.

L. Welchen gemeinschaftlichen Namen führen die Figuren in jeder Abtheilung? K. Die in der ersten Abtheilung heißen krummlinigte ꝛc.

L. Wir wollen jede dieser Abtheilungen eine Klasse nennen und also sagen: wir haben die Figuren, in Ansehung der verschiedenen Beschaffenheit der Linien, wovon sie begrenzt sind, in drey Klassen getheilt. Nun merkt noch, daß man die Li-

 nien,

nien, wovon eine Figur eingeschlossen ist, nicht mehr Linien, sondern Seiten nennt, welche zusammen genommen den Umfang (Perimeter) einer Figur ausmachen. Nun wißt ihr zwey Fälle, wo man den Linien besondere Benennungen giebt: was sind das für Fälle und was für Benennungen? K. Bey den Winkeln heissen sie Schenkel, und bey den Figuren Seiten.

L. Und wie nennt man alle Seiten einer Figur zusammen genommen? K. Umfang.

L. Jetzt betrachtet einmahl diese Figur (fig. 24.) und sagt, wenn ihr nämlich nach dem Augenmaße urtheilet, wie sich die drey Seiten desselben zu einander zu verhalten scheinen. K. Sie scheinen einander gleich zu seyn.

L. Das sind sie auch, denn ich habe sie bey der Verzeichnung einander gleich gemacht. Aber welches Verhältniß scheinen euch die Winkel A, B und C (fig. 24.) zu einander zu haben? K. Auch diese scheinen gleich groß zu seyn.

L. Auch hier trügt euch der Schein nicht, da ich auch diese Winkel einander gleich gemacht habe. Nun habt ihr an dieser Figur wieder gewisse Merkmahle aufgefunden: gebt mir sie noch Ein Mahl zusammen an, und setzt zugleich hinzu, zu welcher Art von Linien ihre Seiten gehören. K. Diese Figur ist geradlinigt, von lauter gleich langen Seiten eingeschlossen und hat lauter gleiche Winkel.

L. Diese Merkmahle zusammen genommen kann man mit einem einzigen Worte bezeichnen, nämlich mit dem Worte regulär. Diese Figur ist regulär,

heißt

heißt nichts anders, als: sie hat die von euch erst angegebenen Eigenschaften. Jetzt sagt mir, was diese Figuren (fig. 26 und 28.) für Eigenschaften haben müßten, wenn wir sie reguläre, oder, was eben so viel ist, ordentliche Figuren nennen wollten. K. Sie müßten geradlinigt und von lauter gleichen Seiten begrenzt seyn, dazu lauter gleiche Winkel haben.

L. Die erste dieser Eigenschaften hat unstreitig jede derselben, aber wie steht es mit den beyden letztern? K. Auch diese scheinen bey einer jeden vorhanden zu seyn.

L. Dieß Mahl trügt euch euer Augenmaß wieder nicht. Ich habe in jeder dieser Figuren sowohl die Seiten, als die Winkel einander gleich gemacht. Nun sagt mir, mit welchem Worte wir anzeigen können, daß diese beyden Figuren geradlinigt sind, daß jede derselben lauter gleiche Seiten und gleiche Winkel hat. K. Mit dem Worte regulär.

L. Gut! Sollten wohl diese Figuren, die ihr mir jetzt nur dem Augenmaße nach beurtheilen sollt, (fig. 29 und 30.) auch regulär oder ordentlich seyn? K. Nein.

L. Warum haltet ihr sie nicht für regulär? K. Die erstere hat, wie der Augenschein deutlich lehrt, nicht drey gleiche Seiten, und die letztere, die zwar gleiche Seiten zu haben scheint, hat nicht lauter gleiche Winkel.

L. Ihr habt auch dieß Mahl nach eurem Augenmaße richtig geurtheilt. Denn von diesen beyden Figuren ist keine regulär, sondern sie sind beyde

irregulär oder unordentlich. Mit diesen Namen belegt man nämlich jede geradlinigte Figur, welche nicht lauter gleiche Seiten und gleiche Winkel hat. Jetzt sagt mir geschwind, ob ihr diese Figur (fig. 31.) für regulär oder irregulär haltet. K. Für irregulär.

L. Warum haltet ihr sie für irregulär? K. Weil sie nicht lauter gleiche Seiten hat.

L. Aber sie hat lauter gleiche Winkel? K. Das thut nichts, da ja eine reguläre Figur nebst gleichen Winkeln auch lauter gleiche Seiten haben muß.

L. Gut!

---

h) Dreyecke.

L. Die Winkel einer Figur nennt man bisweilen auch Ecken, daher ich fragen kann: wie viel hat diese Figur (fig. 24.) Ecken? Antwortet einmahl auf diese Frage. K. Drey.

L. Fällt euch kein Wort ein, mit dem man anzeigt, daß ein Körper drey Ecken hat? K. Dreyeckigt.

L. Recht! Mit dem nämlichen Worte zeigt man auch an, daß eine Figur drey Winkel hat. Um anzuzeigen, daß diese Figur drey Ecken hat, kann ich also sprechen: sie ist —? K. Dreyeckigt.

L. Recht! Ich kann aber auch sprechen: diese Figur ist ein Dreyeck oder ein Triangel, welches lateinische Wort so viel sagt, als Dreyeck. Wer von euch kann mir nun sagen, was man unter dem

Worte

Worte Dreyeck versteht? K. Eine Figur, welche drey Ecken hat.

L. Drey Ecken oder drey Seiten. Denn so viel Ecken eine Figur hat, so viel hat sie auch Seiten. Nun werdet ihr wohl einen Namen finden für eine Figur, welche vier Seiten hat. K. Viereck.

L. Und für eine, welche fünf, sechs, zwölf ꝛc. Seiten hat. K. Fünf- Sechs- Zwölfeck.

L. Recht so! Nur merkt, daß man allen Figuren, welche mehr als vier Seiten haben, wieder einen gemeinschaftlichen Namen giebt und sie Vielecke (Polygone) nennt. — Jetzt seht diese drey Linien (drey gleich lange Linien an die Tafel zeichnend) an und sagt, wie sie sich dem Augenmaße nach zu einander zu verhalten scheinen. K. Sie scheinen alle drey einander gleich zu seyn.

L. Das sind sie auch. Nun sagt, ob drey Linien, die ich neben einander zeichne, gerade alle einander gleich seyn müssen, oder ob noch andere Fälle Statt finden können. K. Es können noch ander Fälle ꝛc.

L. Welche denn? K. Es kann eine kürzer als die andern beyden, dann kann die zweyte ein wenig kürzer als die erste und die dritte ein wenig kürzer als die zweyte seyn *).

L. Das ist recht! Ich will die übrigen beyden von euch angegebenen Fälle gar an der Tafel bemer-

*) Ich setze diese Antwort her, wie sie ein 9 jähriges Mädchen gegeben hat.

merken und drey Linien, wovon nur zwey einander gleich sind, und wieder drey, wovon gar keine der andern gleich ist, herzeichnen. — So! Wenn ich nun mit diesen drey Linien (auf die drey gleichen Linien zeigend) eine Fläche begrenzte oder einschlöße; so bekäme ich eine gewisse Figur: wie hieße sie? K. Dreyeck (Triangel).

L. Und wie verhielten sich die Seiten desselben zu einander? K. Sie wären alle drey einander gleich.

L. Und dann würde man dieses Dreyeck gleichseitig nennen. Ich will nun ein gleichseitiges Dreyeck herzeichnen. — — Nun sagt, ob ein Dreyeck welches von diesen drey Linien (auf die drey Linien zeigend, wovon nur zwey einander gleich sind) begrenzt würde, auch ein gleichseitiges heißen könnte. K. Nein.

L. Warum nicht? K. Weil es nicht drey (nur zwey) gleiche Seiten hätte.

L. Richtig! Was für ein Dreyeck werdet ihr euch also denken, wenn ich in der Folge von einem gleichseitigen Dreyecke mit euch sprechen werde? K. Ein solches, welches drey gleiche Seiten hat.

L. Wie viel gleiche Seiten hätte denn ein Dreyeck, welches von diesen drey Linien (wovon nur zwey einander gleich sind) begrenzt würde? K. Zwey.

L. Ich will hier ein Dreyeck mit zwey gleichen Seiten herzeichnen. — So! Weil in diesem Dreyecke ein Winkel vorkommt, dessen Schenkel einander gleich sind, so nennt man es ein gleich-

schenkliches Dreyeck. Könnt ihr mir jetzt wohl den Unterschied angeben, welcher zwischen einem gleichseitigen und gleichschenklichen Dreyecke Statt findet? K. Ein gleichseitiges hat drey, aber ein gleichschenkliches nur zwey gleiche Seiten.

L. Nun wißt ihr, daß ich Dreyecke mit lauter gleichen, und wieder andere mit zwey gleichen Seiten zeichnen kann. Sollte sich wohl nicht noch eine andere Art, welche weder gleichseitig noch gleichschenklich wäre, zeichnen lassen? K. Ich sollte wohl glauben, daß sich noch eine andere Art zeichnen ließe.

L. Wodurch könnte denn diese von den beyden schon genannten Arten verschieden seyn? K Dadurch, daß gar keine Seite der andern gleich (eine Seite immer ein bischen größer als die andere) wäre.

L. Recht! Solche Dreyecke kann man auch zeichnen und man giebt ihnen die Benennung ungleichseitige Dreyecke. Ich will euch ein solches herzeichnen. — So! Wie viel Arten von Dreyecken habe ich jetzt an die Tafel gezeichnet? K. Drey.

L. Wie nennt man diese drey Arten? K. Gleichseitig ꝛc. Dreyecke.

L. Wer kann mir sagen, was man unter einem gleichseitigen, gleichschenklichen und ungleichseitigen Dreyecke versteht? K. Ein gleichseitiges Dreyeck ist ein solches, welches ꝛc.

L. Glaubt

L. Glaubt ihr wohl, daß ich noch ein von diesen verschiedenes Dreyeck, das also weder gleichseitig, noch gleichschenklich, noch ungleichseitig wäre, herzeichnen könnte? K. Nein.

L. Es giebt auch, wenn wir nämlich auf die Gleichheit oder Ungleichheit der Seiten sehen, keine andere Art mehr. Nun wollen wir aber auf die Winkel Rücksicht nehmen, und sehen, ob wir darnach nicht noch eine besondere Eintheilung der Dreyecke machen können. Wie viel Arten von Winkeln kennt ihr denn? K. Drey.

L. Nämlich —? K. Rechte, stumpfe und spitzige.

L. Was für eine Art von Winkeln scheint euch denn dieses Dreyeck (fig. 24) zu haben. K. Spitzige.

L. Und wie viel dieser Winkel scheinen spitzig zu seyn? K. Alle drey.

L. Ihr urtheilt nach eurem Augenmaße wieder richtig. Dieses Dreyeck hat drey spitzige Winkel oder ist mit Einem Worte spitzwinklicht. Scheint euch denn dieses Dreyeck (fig. 32.) auch dreyspitzige Winkel zu haben? K. Nein.

L. Könnt ihr mir denn nicht angeben, was es für Winkel zu haben scheint? K. Einen rechten und zwey spitzige.

L. Richtig! Weil dieses Dreyeck einen rechten Winkel hat, so nennt man es ein rechtwinklichtes Dreyeck. Nun sagt, was euch der Winkel B

in

in diesem Dreyecke (fig. 33.) für einer zu seyn scheint? K. Ein stumpfer.

L. Richtig! Stumpf ist dieser Winkel, weßwegen man dieses Dreyeck stumpfwinklicht nennt. Nun will ich sehen, ob ihr mir sagen könnt, was man sich unter einem spitzwinklichten Dreyecke zu denken hat. K. Ein solches Dreyeck, welches drey spitzige Winkel hat.

L. Und was denkt ihr euch unter dem Ausdrucke rechtwinklichtes Dreyeck? K. Ein solches, welches Einen rechten Winkel hat.

L. Und wenn nennt man ein Dreyeck stumpfwinklicht? K. Wenn es Einen stumpfen Winkel hat.

L. Nun haben wir die Dreyecke auf eine andere Art, nämlich in Rücksicht auf ihre Winkel, eingetheilt, wobey ihr bemerkt haben werdet, daß ich euch in dieser Hinsicht so viel Arten von Dreyecken angegeben habe, als es Arten von Winkeln giebt. Nun will ich sehen, ob ihr das, was ihr von der Eintheilung der Dreyecke, sowohl in Ansehung ihrer Seiten als ihrer Winkel, gelernt habt, ordentlich ausdrücken und mir im Zusammenhange sagen könnt. K. (versuchen dieses zu thun).

i) Vierecke.

L., (welcher fig. 28 und 31. neben einander, unter die erste Figur aber, nämlich unter fig. 28. die 30ste, und unter fig. 31. die 34ste, und in eini-

ger Entfernung von diesen die 35ste Figur an die Tafel gezeichnet hat, und sie der Ordnung nach mit 1, 2, 3, 4, 5 numerirt hat.) Mit welchem gemeinschaftlichen Namen wollt ihr alle diese Figuren belegen? K. Mit dem Namen Vierecke.

L. Nun wollen wir einmahl sehen, wodurch sich jedes dieser Vierecke von den übrigen unterscheidet. Erst sagt mir, wie sich die Seiten dieser Figur hier (fig. 28.) zu einander zu verhalten scheinen. K. Sie scheinen alle einander gleich zu seyn.

L. Das sind sie auch. Und was für Winkel scheint diese Figur zu haben? K. Rechte.

L. Wie viel von ihren Winkeln scheinen euch rechte zu seyn? K. Alle.

L. Ihr urtheilt ganz richtig. Nun sagt mir noch Ein Mahl, was ihr jetzt für Eigenschaften an diesem Vierecke bemerkt habt? K. Es hat lauter (vier) gleiche Seiten und auch lauter (vier) rechte Winkel.

L. Welches von diesen Merkmahlen trifft man auch an diesem Vierecke (fig. 31.) an? K. Die vier rechten Winkel.

L. Richtig! Vier rechte Winkel sind da. Aber die Seiten sind wohl alle einander ungleich? K. Nicht alle.

L. Da müssen also einige einander gleich seyn: wie viel scheinen euch von gleicher Länge zu seyn? K. Zwey.

L. Nennt sie. K. A B und C D.

L. Aber wie verhalten sich wohl A C und B D? K. Die sind auch einander gleich.

L. Rich-

L. Richtig! Das sind sie. Da sind also in dieser Figur zwar nicht alle vier, aber je zwey und zwey Seiten einander gleich. Wer kann mir wohl die Lage, die immer die gleichen Seiten gegen einander haben, angeben? (Liegen sie neben einander oder einander gegen über?) K. Sie liegen einander gegenüber.

L. Wir können also sprechen: in dieser Figur sind die gegenüber liegenden Seiten einander gleich. Nun könnt ihr mir sagen, worin diese beyden Vierecke einander ähnlich, und auch wodurch sie von einander unterschieden sind. K. Darin, daß jedes vier rechte Winkel hat, sind sie einander ähnlich, und darin, daß in dem einen alle vier, im andern aber nur die gegenüber stehenden Seiten gleich lang sind, sind sie von einander unterschieden.

L. Nun paßt einmahl recht auf, ich will sehen, wer das, was ich sagen werde, gleich verstehen wird. Eine vierseitige oder viereckige Figur, welche lauter gleiche Seiten und lauter rechte Winkel hat, heißt ein Quadrat; hingegen eine vierseitige Figur, die zwar lauter rechte Winkel hat, bey welcher aber nicht alle vier, sondern nur die gegenüber stehenden Seiten einander gleich sind, heißt ein längliches Viereck oder ein Rechteck (auch ein Rectangel). Wer kann mir nun geschwind sagen, welche Nummer von diesen Figuren ein Quadrat ist? K. Nro. 1.

L. Warum haltet ihr denn diese Figur für ein Quadrat? K. Weil sie lauter gleiche Seiten und lauter rechte Winkel hat.

L. Ihr urtheilt ganz richtig. Aber wer wird jetzt sagen können, welche Nummer ein länglichtes Viereck (ein Rechteck, Rectangel) ist? K. Nro. 2.

L. Warum haltet ihr diese Figur für ein Rechteck? K. Weil sie lauter rechte Winkel hat und in ihr nicht alle vier, sondern die gegen überstehenden Seiten einander gleich sind.

L. Ganz recht! Nun sagt mir doch, ob diese Figur hier (Nro. 3 oder fig. 30), welche, wie ich euch hiemit sage, lauter gleiche Seiten hat, ein Quadrat oder ein Rechteck ist. K. Sie ist weder ein Quadrat, noch ein Rechteck.

L. Warum wollt ihr sie denn nicht für ein Quadrat halten, da sie doch lauter gleiche Seiten hat? K. Weil sie nicht auch vier rechte Winkel hat.

L. Was für Winkel scheint euch denn diese Figur zu haben? K. Zwey stumpfe und zwey spitzige. (schiefe.)

L. Richtig! Sie hat lauter schiefe Winkel. Wer kann mir nun zusammen genommen wieder sagen, was ich euch erst von den Seiten und den Winkeln dieser Figur bekannt gemacht habe? K. Sie hat vier gleiche Seiten und lauter schiefe Winkel.

L. Dieser Merkmahle wegen nennt man diese Figur eine Raute oder einen Rhombus oder auch ein verschobenes Quadrat. Diesen letztern Namen hat man deßwegen gewählt, weil diese Figur entsteht, wenn man ein Quadrat, wie ich jetzt thue,

thue*), verschiebt. Wenn ihr nun sagen solltet, was man unter einer Raute versteht, wie würdet ihr da antworten? K. Ein Viereck, das lauter gleiche Seiten und lauter schiefe Winkel hat.

L. Gut! Solltet ihr wohl jetzt nicht errathen können, welche Figur man verschieben müßte, wenn man diese hier (Nro. 4) erhalten wollte? K. Ein Rechteck.

L. Richtig! Und wenn ein Rechteck so, wie ich es jetzt mache**), verschoben wird, geht da eine Veränderung mit seinen Seiten oder nur mit seinen Winkeln vor? K. Nur mit seinen Winkeln.

L. Wie werden denn die rechten Winkel durchs Verschieben? K. Schief.

L. Gut! Das merkt recht. Nun sagt, welchen Namen man wohl dieser Figur (Nro. 4) geben könnte? K. Verschobenes Rechteck (verschobenes länglichtes Viereck).

L. Dieser Name ist allerdings paßend. Man nennt sie aber auch länglichte Raute oder Rhomboides. Könnt ihr mir nun wohl sagen, was ein Rhomboides ist? K. Ein Viereck, das lauter schiefe Winkel hat, und bey dem die gegenüberstehenden Seiten gleich lang sind.

 L. Was

*) Man setze aus den Stäben Nro. 5. ein Quadrat zusammen und verschiebe es zu einer Raute.

**) Mit einem aus den Stäben Nro. 5 zusammengesetzten Rechtecke.

L. Was für ein Merkmahl hat ein Rhomboides mit einem Rechtecke gemein, und wodurch ist die eine dieser Figuren von der andern unterschieden? K. In beyden sind die gegenüberstehenden Seiten einander gleich; im Rechtecke sind aber lauter rechte, im Rhomboides aber lauter schiefe Winkel.

L. Was für ein Merkmahl hat denn wohl ein Rhomboides mit einem Rhombus gemein? K. Die vier schiefen Winkel.

L. Wodurch ist aber die erstere Figur von der letztern unterschieden? K. Durch die vier gleichen Seiten.

L. Aber im Rhomboides kommen doch auch gleiche Seiten vor? K. Da sind aber nicht alle vier, sondern nur immer die zwey gegenüberstehenden Seiten einander gleich.

L. Gut! Nun mehr kennt ihr vier Arten von Vierecken. Sagt mir doch, zu welcher dieser vier Arten diese Figur hier (Nro. 5 oder fig. 35) zu gehören scheint. K. Sie kann zu keiner derselben gehören.

L. Das ist wahr. Aber nun gebt mir eure Gründe an, warum ihr sie weder für ein Quadrat, noch für ein Rechteck, noch für einen Rhombus, noch für einen Rhomboides haltet. K. Ein Quadrat kann sie nicht seyn, weil weder alle vier Seiten einander gleich, noch die Winkel rechte Winkel sind

sind. Ein Rechteck kann sie auch nicht seyn, weil sie nicht vier rechte Winkel hat, und die gegenüberstehenden Seiten einander nicht gleich sind u. s. w.

L. Das ist recht! Ihr seht nun, daß es Vierecke giebt, welche weder zu den Quadraten, noch zu den Rechtecken, noch zu den Rauten, noch zu den länglichten Rauten gerechnet werden können, deßhalb werden sie auch mit einen besondern Namen, nämlich mit dem Namen Trapezien belegt. Nro. 5 da ist also ein Trapez oder ein Viereck, welches weder ein Quadrat, noch eine Raute, noch ein Rechteck, noch eine länglichte Raute ist. Jetzt wollen wir einmal sehen, was die ebenen Flächen der Körper, die wir hier im Zimmer wahrnehmen können, für Figuren sind. Es versteht sich, daß wir hier immer nur nach dem Augenmaße urtheilen. Was ist z. B. die Fläche dieser Thüre für eine Figur? K. Ein Rechteck.

L. Und die Fläche dieses Tisches? — Dieser Wand? — Dieses Spiegels? — Dieses Fußbodens? Was für Figuren sind die Flächen dieses Holzes (Nro. 1 ꝛc.) u. s. w.

Figur

- geradlinigt
  - Dreyeck
    - In Ansehung der Seiten
      1) gleichseitig,
      2) gleichschenklicht,
      3) ungleichseitig.
    - In Ansehung der Winkel
      1) rechtwinklicht,
      2) stumpfwinklicht,
      3) spitzwinklicht.
  - Viereck
    - Quadrat, Rechteck, Raute, länglichte Raute, Trapez.
  - Vieleck oder Polygon
    - Fünfeck, Sechseck 2c.
- krummlinigt
- vermischtlinigt.

L., (welcher die vorhergehende Tabelle an die Tafel geschrieben hat.) Nun will ich doch einmahl sehen, wer mir die Tabelle, welche ich hier an die Tafel geschrieben habe, recht verständlich wird ablesen können *). K. Eine Figur ist entweder geradlinigt, oer krummlinigt, oder vermischtlinigt. Eine geradlinigte Figur kann entweder ein Dreyeck, oder ein Viereck, oder ein Vieleck seyn. Die Dreyecke kann man in Ansehung der Seiten in gleichseitige ꝛc. und in Ansehung der Winkel in rechtwinklichte ꝛc. eintheilen. Die Vierecke werden in Quadrate ꝛc. eingetheilt. Ein Polygon kann ein Sechseck ꝛc. seyn.

L. Das ist recht! Nun nehmt einmahl eure Schiefertafeln zur Hand und zeichnet die Figuren darauf, die ich angeben werde. Merkt dabey, daß ich von lauter geradlinigten Figuren spreche. — Zeichnet eine Figur, welche drey Seiten hat, wovon zwey gleich lang sind. Wartet noch einen Augenblick und sagt mir erst, was ihr thun sollt. K. Wir sollen ꝛc.

L. Nun thut dieses. K. (zeichnen).

L. Nun nenne mir eins von euch den Namen der Figur, die ihr jetzt gezeichnet habt. K. Gleichschenkliches Dreyeck.

L. Nun zeichnet eine Figur, welche vier gleiche Seiten und lauter schiefe Winkel hat. Wißt ihr auch jetzt, was ihr thun sollt? K. Wir sollen ꝛc.

 L. Thut

*) Kinder, mit denen mein: Wie lehrt man Kinder im Buche der Natur lesen? durchgegangen worden ist, können mit dergleichen Tabellen schon umgehen.

L. Thut es. K. (zeichnen).

L. Wie heißt die Figur, die ihr jetzt gezeichnet habt? K. Raute.

So lasse man jede den Kindern bekannte Figur nach Angabe ihrer Merkmahle zeichnen, und sich dann ihren Namen angeben. Nach dieser Uibung lasse sich der Lehrer von den Kindern eine Figur nennen, und sage, daß er diese nun an die Tafel zeichnen wolle, er zeichne aber immer eine falsche, und wenn die Kinder z. E. rufen: das ist ja kein Quadrat ꝛc. (die genannte Figur nicht), so frage man, warum sie sie nicht für ihre genannte Figur halten. Durch solche Uibungen werden dem Kinde die entwickelten Begriffe erst recht geläufig und es verwechselt sie nicht leicht mit einander.

---

k) Kreis.

L., (welcher einen Faden, der an jedem Ende mit einer kleinen Schleife versehen ist, eine etwas starke Stecknadel, einen Bleystift und ein Blatt Papier bey der Hand hat.) Was wäre denn dieser angespannte Faden, wenn er nur eine Länge, aber weder Dicke noch Breite hätte? K. Eine gerade Linie.

L. Recht! Wir wollen uns ihn ohne Dicke und Breite denken, und ihn also, wenn ich ihn anspanne, eine gerade Linie nennen. Nun merkt ferner: die Spitze der Nadel, die ich jetzt durch die eine kleine Schleife dieses Fadens, und durch dieses Blatt Papier in den Tisch stecke, soll der eine, und die

die Spitze dieses Bleystiftes, welchen ich durch diese andere Schleife stecke, soll der andere Endpunct dieser von uns gedachten geraden Linie seyn. (Man führe nun diese Linie um ihren festen Endpunct herum und beschreibe mit dem Bleystifte eine Kreislinie auf dem Papiere.) Nun sagt mir, ob diese gerade Linie in Ruhe oder in Bewegung war. K. Sie war in Bewegung.

L. Bewegte sie sich auf einer ebenen oder krummen Fläche? K. Auf einer ebenen.

L. Nun faßt den Inhalt eurer beyden letzten Antworten zusammen und antwortet damit auf die Frage: was habt ihr jetzt bemerkt? K. Daß Sie (sich) eine gerade Linie auf einer ebenen Fläche bewegten (bewegte).

L. Die beyden Endpuncte dieser Linie sind nach unserer Vorstellung die Spitzen dieser Nadel und dieses Bleystiftes. Nun sagt mir, ob, indem sich diese gerade Linie bewegte, ihre beyden Endpuncte in Bewegung waren, oder ob einer derselben in Ruhe (unbeweglich) blieb. K. Einer davon war in Ruhe (unbeweglich).

L. Daher kann man sprechen: diese gerade Linie bewegte sich um den einen ihrer Endpuncte, welcher unbeweglich oder unverrückt blieb. Jetzt will ich diese gerade Linie wieder, wie vorhin, um ihren unverrückten Endpunct bewegen, dabey aber hier mit etwas Dinte bemerken, wo die Linie liegt, oder: ich will die Lage der Linie bemerken, die sie hat, ehe ich anfange, sie zu bewegen. Ihr aber sagt mir nachher, ob sich diese Linie so lang um ihren

unver-

unverrückten Endpunct bewegt hat, bis sie wieder in ihre erste Lage kam oder nicht. (Man beschreibe, wie vorhin, einen Kreis, bemerke aber mit Dinte den Punct, wo man anfängt die Kreislinie zu ziehen.) Nun! wer sagt mir, wie lange sich diese Linie um ihren unverrückten Endpunct bewegt hat? K. So lange, bis sie wieder in ihre erste Lage kam.

L. Jetzt will ich sehen, wer so geschickt ist, mir im gehörigen Zusammenhange zu sagen, 1) was für eine Linie jetzt in Bewegung war, 2) worauf, 3) um welchen Punct, 4) wie lange sie sich bewegte. K. Eine gerade Linie bewegte sich auf einer ebenen Fläche, um den einen ihrer Endpuncte, welcher unverrückt (unbeweglich) blieb, so lange, bis sie wieder in ihre erste Lage kam.

L. Das ist recht! Indem sich diese Linie so bewegte, hat ihr anderer Endpunct eine Linie beschrieben, welche hier auf diesem Papiere mit Bleystift Theilchen angedeutet ist, und dadurch eine ebene Fläche auf allen Seiten begrenzt. Wie nennen wir aber eine auf allen Seiten begrenzte Fläche? K. Figur.

L. Also ist die Fläche, die wir jetzt begrenzt haben, und deren Grenzen durch diese Bleystift Theilchen angezeigt sind, eine Figur. Ihr Name ist Kreis. Die begrenzte Fläche, worauf ich jetzt mit meinem Finger herumfahre, ist also —? K. Ein Kreis.

L. Wenn man das thut, was ich vorhin mit diesem Faden (dieser geraden Linie) gethan habe, so

spricht

spricht man: man beschreibt einen Kreis. Nun werdet ihr mir sagen können, wie man einen Kreis beschreibt. Wer sagt mirs? K. Wenn man auf einer Ebene eine gerade Linie um den einen ihrer Endpuncte, welcher unverrückt bleiben muß, so lange bewegt, bis sie wieder in ihre erste Lage kommt.

L. So ist es recht! Nun denkt, dieser Stab (Nro. 5.) sey eine gerade Linie, und sagt mir, ob ich jetzt auch einen Kreis beschreibe. (Man führe einen von den Stäben (Nro. 5.) um den einen seiner Endpuncte, doch so, daß dieser sich mit verrücke.) K. Nein.

L. Warum glaubt ihr nicht, daß ich jetzt einen Kreis beschreibe? K. Weil der eine Endpunct dieser Linie nicht unverrückt liegen bleibt.

L. Da kann freylich kein Kreis beschrieben werden. — Jetzt gebt Achtung, ich will euch ein paar Worte über dieses Werkzeug (man zeige einen gewöhnlichen Handzirkel vor), welches Zirkel heißt, sagen. Diese beyden Theile hier, die, wenn der Zirkel recht vollkommen seyn soll, recht spitzig auslaufen, recht genau aneinander schließen und nur mit einiger Mühe, doch ganz sanft an diesem Quinte hier zu bewegen seyn müssen, nennt man die Füße oder die Schenkel des Zirkels. Die Spitzen der beyden Füße sehen wir immer als die Endpuncte einer geraden Linie an, die wir uns zwischen ihnen gezogen denken. Wenn ich also diesen Zirkel aufmache, seinen einen Fuß daher (aufs Papier) setze und den andern so, wie ich jetzt thue, herum bewege, bis er wieder in seine erste Lage kommt, so thue

thue ich eben das, nur auf eine bequemere Weise, was ich vorhin mit diesem Faden that, d. h. ich bewege eine gerade Linie, um den einen ihrer Endpuncte, welcher unverrückt liegen bleibt. Ihr seht hieraus, daß dieses Werkzeug sehr bequem ist, einen Kreis zu beschreiben. Um aber auch mit Kreide an einer schwarzen Tafel die Grenzen eines Kreises bemerkbar machen zu können, verfertigt man solche hölzerne Zirkel (Nro. 7.), in die man ein Stückchen Kreide schrauben kann. Die Schenkel oder Füße eines jeden Zirkels müssen deßwegen in jeder Lage, in die man sie bringt, fest stehen, damit sie sich bey ihrem Gebrauche nicht leicht verrücken. — Jetzt will ich vermittelst dieses hölzernen Zirkels einen Kreis an unserer Tafel beschreiben, damit wir noch einige Merkmahle an demselben bequem aufsuchen können. — Daß ein Kreis eine (ebene) Figur ist, wißt ihr schon, nun sagt mir doch auch, von wie viel Linien er begrenzt oder eingeschlossen wird. K. Von einer einzigen.

L. Zu welcher Art von Linien wollt ihr denn diese Linie rechnen? K. Zu den krummen.

L. Sind denn die Figuren, welche ihr bisher kennen gelernt habt, von einer einzigen krummen Linie begrenzt? K. Nein.

L. Nun könnt ihr mir ein Merkmahl angeben, wodurch sich der Kreis von allen andern euch bekannten Figuren unterscheidet: was ist das für ein Merkmahl? K. Dieses, daß er nur von einer einzigen krummen Linie begrenzt wird.

L. Durch

L. Durch dieses Merkmahl können wir bereits den Kreis von allen geradlinigten und vermischtlinigten, aber nicht von andern krummlinigten Figuren unterscheiden, daher müssen wir auch noch ein anderes Merkmahl aufsuchen, wodurch er sich auch von den letztern unterscheidet. Ich will deßhalb jetzt noch einen Kreis beschreiben und die Spitze an dem einen Fuße unsers Zirkels den Punct A, die Kreide aber den Punct B nennen, zwischen welchen beyden Puncten wir uns eine gerade Linie gezogen denken wollen, die weder verkürzt noch verlängert werden soll. (Den Kreis beschreibend.) Nun sagt, ob der Punct B, welcher jetzt eine krumme Linie beschreibt, bald näher nach A rückt, bald sich davon weiter entfernt, oder ob er bey seiner Bewegung immer in gleicher Entfernung von diesem Puncte bleibt. K. Da die Linie zwischen A und B weder verkürzt noch verlängert wird, so muß B immer in gleicher Entfernung von A bleiben.

L. Das ist richtig! Nun will ich den Punct, wo die eiserne Spitze stand mit A und die krumme Linie, die diesen Kreis begrenzt mit BD (fig. 36 Tab. II.) bezeichnen. — Jetzt sagt mir, ob die Linie BD irgendwo (in irgend einem ihrer Puncte) näher an A liegen könne, als in andern Puncten, oder ob sie überall (in allen ihren Puncten) gleichweit von A entfernt seyn müsse. K. Sie muß in allen ihren Puncten gleichweit von A abstehen.

L Gebt mir auch den Grund dieser eurer Behauptung an. K. Weil die krumme Linie BD von

von einem Puncte, welcher immer in gleicher Entfernung von A war, beschrieben wurde, so muß sie ja überall ꝛc.

L. Gut! Nun seht diese Figur an (fig. 37) und sagt, worin sie mit unserm Kreise ganz übereinstimmt. K. Darin, daß sie auch von einer einzigen krummen Linie begrenzt wird.

L. Ist denn aber ihr Umfang, so viel ihr nämlich nach dem Augenmaße urtheilen könnt, auch überall gleichweit von dem Puncte C entfernt? K. Nein.

L. Ihr habt Recht. Weder C noch irgend ein anderer Punct in dieser Figur ist ein solcher, von welchem ihr Umfang überall gleichweit entfernt wäre. Nun könnt ihr mir sagen, ob alle von einer krummen Linie begrenzte Figuren von der Beschaffenheit sind, daß in ihnen ein gewisser Punct angetroffen wird, von welchem ihr Umfang überall gleichweit entfernt wäre. K. Von dieser Beschaffenheit sind nicht alle von einer krummen Linie begrenzten Figuren.

L. Welche Figur kennt ihr nur, die von dieser Beschaffenheit ist? K. Den Kreis.

L. Dieß ist auch nur die einzige unter allen möglichen Figuren, welche diese Beschaffenheit hat. Ihr könnt mir nunmehr ein Merkmahl angeben, wodurch sich ein Kreis von allen andern Figuren unterscheidet: wer giebt mirs an? K. In dem Kreise ist ein Punct vorhanden, von welchem sein Umfang überall gleich weit entfernt ist.

L. Gut!

L. Gut! Wenn ich nun einmahl spräche: ich denke mir eine (ebene) Figur, welche so beschaffen ist, daß in ihr ein Punct angetroffen werden kann, von welchem ihr Umfang überall gleichweit abstehet, würdet ihr mir den Namen dieser Figur angeben könnnen? K. Das wäre ja ein Kreis.

L. Richtig! Wenn ich aber spräche: was ist ein Kreis? wie würdet ihr da antworten? K. Eine Figur, welche so beschaffen ist, daß in ihr ein gewisser Punct rc.

L. Auch recht! Nun sagt mir doch auch, ob ihr nicht vermuthet, was man etwa unter dem Worte Kreislinie verstehen könnte. K. Die Linie, welche einen Kreis begrenzt (einschließt).

L. Richtig! Diese Linie nennet man auch den Umkreis oder die Peripherie. Nun komme einer an die Tafel und fahre mit seinem Finger auf dem Kreise oder der Kreisfläche herum. — Jetzt zeige mir auch das Bild der Kreislinie *). Nun sagt mir, (in dem Kreise fig. 36 Tab. II. nebst dem Mittelpuncte C noch die Puncte a, b, c, d mit Kreide bemerkend) welcher von diesen Puncten wohl mit Recht den Namen Mittelpunct verdient. K. Der Punct C.

L. Warum glaubt ihr, daß dieser Punct vor allen andern diesen Namen verdiene? K. Weil er gerade in der Mitte des Kreises liegt.

L. Frey-

*) Dieses Verfahren beobachte ich, weil die Kinder gewöhnlich Kreisfläche und Kreislinie mit einander verwechseln.

L. Freylich! Dieser Punct führt auch wirklich diese, überdieß aber auch noch die Benennung Centrum, und er ist eben derjenige, von welchem die Peripherie überall gleich weit entfernt ist. Wenn ich also einmahl spräche: beschreibt einen Kreis und bezeichnet in ihm denjenigen Punct, von welchem die Peripherie überall gleich weit absteht, so ist das letztere so viel, als wenn ich spräche: bezeichnet —? K. Den Mittelpunct (das Centrum).

L. In diesem Kreise (fig. 36) sind wie ihr seht, mehrere Puncte bemerkt: könnt ihr mir sagen, wodurch sich der Mittelpunct von allen übrigen unterscheidet? K. Dadurch, daß er, überall gleichweit von der Peripherie entfernt ist (gerade in der Mitte steht).

L., (der wie in fig. 38 einen Halbmesser A B vor den Augen der Kinder gezogen hat.) Könnt ihr mir den sagen, was ich jetzt in diesem Kreise gezogen habe? K. Eine Linie.

L. Aber was für eine? (Zu welcher Art von Linien gehört sie?) K. Eine gerade. (Zu den geraden.)

L. Ich habe also eine gerade Linie gezogen. Bey welchem merkwürdigen Puncte im Kreise fängt denn diese gerade Linie an? K. Bey dem Mittelpuncte.

L. Und wo hört sie denn auf? K. An der Peripherie.

L. Jetzt sagt mir noch Ein Mahl nicht nur, was für eine Linie, sondern auch, in welcher Figur ich sie gezogen habe, und wo sie anfängt und aufhört.

K. Sie

K. Sie haben in einem Kreise eine gerade Linie gezogen, welche beym Mittelpuncte anfängt und an der Peripherie aufhört.

L. Nun merkt recht auf, ich will mit einem andern Ausdrucke das Nämliche sagen, was ihr jetzt gesagt habt. Ich habe jetzt einen — Halbmesser gezogen. Wer ist nun gleich so geschickt, mir zu sagen, was man unter dem Worte Halbmesser versteht. K. Eine gerade Linie, welche von dem Mittelpuncte eines Kreises bis an seine Peripherie gezogen ist.

L. Ist denn dieß (A C in fig. 38 ziehend) auch ein Halbmesser? K. Nein.

L. Warum denn nicht? Es ist ja doch eine gerade Linie und fängt am Mittelpuncte des Kreises an. K. Aber sie reicht nicht bis an die Peripherie.

L. Da kann freylich diese Linie kein Halbmesser seyn. Ich will also eine andere Linie (A D ziehend) ziehen, welche von dem Mittelpuncte bis an die Peripherie reicht. — So! Das wird doch ein Halbmesser seyn? K. Ey bewahre!

L. Warum wollt ihr denn diese Linie für keinen Halbmesser gelten lassen? K. Weil sie krumm ist.

L. Da habt ihr wieder Recht! Aber diese (F G ziehend) Linie ist gewiß ein Halbmesser? K. Auch nicht.

L. Warum haltet ihr sie nicht dafür? K. Weil sie nicht am Mittelpuncte anfängt.

L. Richtig! Sollte denn aber wohl diese Linie (a b) kein Halbmesser seyn? K. Nein.

L. Warum kann sie keiner seyn? K. Weil sie gar nicht in einem Kreise gezogen ist.

L. Ihr habt Recht! Unter allen diesen Linien ist nur die Linie A B ein Halbmesser oder, wie man auch sprechen kann, ein Radius, weil nur an dieser alle die Merkmahle beysammen sind, welche ein Radius oder Halbmesser haben muß. — Nun seht doch einmal diese Linie (A B fig. 39 Tab. II.) an, und sagt mir, ob ihr sie für gerade oder für krumm haltet. K. Für gerade.

L. Könnt ihr mir denn nicht sagen, von welcher merkwürdigen Linie sie an ihren beyden Enden begrenzt wird, oder wo sie anfängt und aufhört? K. Von einer Kreislinie. (An der Peripherie eines Kreises.)

L. Uiber welchen merkwürdigen Punct im Kreise ist sie denn gezogen? K. Uiber den Mittelpunct des Kreises.

L. Wer kann mir nun alle die Merkmahle, welche wir jetzt an dieser Linie aufgefunden haben, in einem zusammenhängenden Satze angeben? K. Diese Linie ist gerade, wird an ihren beyden Enden durch die Peripherie eines Kreises begrenzt, und geht über den Mittelpunct desselben.

L. Gut! Nun merkt wieder was ich sage. Alle diese Merkmahle zusammen genommen bezeichnen wir mit dem einzigen Worte Durchmesser oder Diameter. Wir können also sprechen: Die Linie A B ist ein Durchmesser oder ein Diameter.

Nun

Nun sagt mir doch, wie wir diese Linie (C D in fig. 39 ziehend und A B weglöschend) nennen können. K. Durchmesser oder Diameter.

L. Warum glaubt ihr denn, daß man auch diese Linie so nennen könne? K. Weil sie gerade ist, an beyden Enden von der Peripherie begrenzt wird und gerade über den Mittelpunct geht.

L. Das ist recht! Jede Linie, welche diese Merkmahle hat, ist ein Diameter. Nun sagt mir doch, ob diese Linie (E F in fig. 39 ziehend) alle Merkmahle eines Durchmessers hat. K. Nein, sie hat nicht alle.

L. Welches Merkmahl fehlt ihr denn noch zu einem Durchmesser? K. Sie geht nicht über den Mittelpunct.

L. Wenn ihr nun diese Linie (E F) beschreiben, und zwar so beschreiben solltet, daß man aus der Beschreibung sehen könnte, daß sie kein Durchmesser ist, wie würdet ihr da sprechen? K. Die Linie E F ist gerade, wird an beyden Enden von der Peripherie begrenzt und gehet nicht über den Mittelpunct.

L. Jetzt habt ihr mir eine Sehne (Chorde) beschrieben. Denn so heißt jede Linie, welche die von euch jetzt angegebnen Merkmahle hat. Fritz ꝛc. komm du nun her und ziehe eine Sehne. K. (thun dieses.)

L. Wer weiß, was Fritz jetzt gethan hat? K. Er hat eine Sehne gezogen.

L. Was denkt ihr denn bey dem Worte Sehne? K. Eine gerade Linie, welche an beyden Enden von der Peripherie eines Kreises begrenzt wird und nicht über den Mittelpunct geht.

L. Nun sagt mir doch, was eine Sehne und ein Durchmesser für eine Aehnlichkeit mit einander haben? K. Beyde sind gerade Linien, die an beyden Enden von der Peripherie eines Kreises begrenzt werden.

L. Aber was ist zwischen beyden für ein Unterschied? K. Der Durchmesser gehet über den Mittelpunct, aber die Sehne nicht.

L., (welcher EF und CD in fig. 39. weglöscht und GH gezogen hat.) Diese Linie wird an beyden Enden von der Peripherie eines Kreises begrenzt und geht über den Mittelpunct, also ist sie ein Durchmesser. Habe ich recht? K. Nein.

L. Warum nicht? K. Weil diese Linie krumm (nicht gerade) ist.

L. Gut! Nun nehmt eure Schiefertafeln zur Hand und thut was ich jetzt sagen werde. Beschreibt einen Kreis *) — Ziehet vom Mittelpuncte bis zur Peripherie eine gerade Linie oder —? K. Einen Halbmesser. —

L. Nun

*) Ich setze voraus, daß jeder Schüler einen Handzirkel, in welchem man einen Bley- oder Schieferstift befestigen kann, und ein Lineal habe. Wo dieses der Fall nicht ist, muß der Lehrer den Kreis beschreiben.

L. Nun ziehet eine gerade Linie, welche auf beyden Seiten von der Peripherie begrenzt wird und nicht über den Mittelpunct geht. — Was habt ihr jetzt gethan? Sagt mir dieses, ohne daß ihr das Wort Linie gebraucht. K. Wir habe eine Sehne ꝛc.

L. Was werdet ihr denn wohl für eine Linie ziehen, wenn ich spreche: ziehet einen Durchmesser? K. Eine gerade, welche ꝛc.

L. Nun zieht eine solche Linie. — Wer kann mir jetzt sagen, was ihr hinter einander gethan habt? K. Zuerst haben wir einen Kreis beschrieben, dann haben wir in demselben einen Halbmesser, hierauf eine Sehne und endlich einen Durchmesser gezogen.

L. Was für eine Linie habt ihr denn gezogen, nachdem ihr die Sehne gezogen hattet? K. Einen Durchmesser.

L. Mit welchen Worten wollt ihr das, was ich euch jetzt (diesen Augenblick) abgefragt habe, einem Andern erzählen? K. Nachdem wir eine Sehne in diesem Kreise gezogen hatten, haben wir auch ꝛc.

L. Nun sagt mir doch (einen Theil einer an der Tafel bemerkten Kreislinie auslöschend), was ich jetzt gethan habe. K. Sie haben einen Theil von einer Kreislinie (von der Peripherie eines Kreises) weggelöscht.

L. Und wovon ist diese krumme Linie (auf das übrige Stück der Kreislinie zeigend) ein Theil? K. Von einer Kreislinie.

L. Da ist also diese krumme Linie — nun merkt recht auf! — ein Bogen oder Kreisbogen.

Wer weiß jetzt, was man sich bey dem Worte Bogen zu denken hat? K. Einen Theil von einer Kreislinie.

L., (welcher eine Kreislinie in vier Theile theilt). Jetzt theile ich, wie ihr seht, diese Kreislinie vermittelst dieser geraden Linien (AB und CD) in mehrere Theile oder Stücke: wie wollt ihr jedes dieser Stücke nennen? K. Bogen.

L. In wie viel Bogen ist denn jetzt diese Kreislinie getheilt? K. In vier.

L. Kann mir wohl eins von euch mit diesem Zirkel einen größern und dann einen kleinern Bogen an unserer Tafel beschreiben? K. (thun dieses).

L. Recht so! Ich sehe schon, daß ihr mich verstehen werdet, wenn ich, welches in Zukunft der Fall oft seyn wird, sprechen werde: beschreibet einen Bogen. Nun sagt mir, wie ihr ein Stück von einem Reife nennen würdet, wenn wir uns den ganzen Reif als eine Kreislinie dächten? K. Einen Bogen.

L. Gut! Jetzt sagt mir, wie die Linien AB und AC in diesem Kreise (fig. 40.) heißen, da A der Mittelpunct ist. K. Halbmesser.

L. Und wie wollt ihr das Stück von der Kreislinie nennen, welches zwischen den Puncten B und C liegt? K. Bogen.

L. Jetzt sagt mir, ob ihr kein Stück von einer Kreisfläche wahrnehmt, welches von zwey Halbmessern und einen Bogen begrenzt ist. K. Ja.

L. Wer geht her an die Tafel und zeigt mir dieses Stück? K. Ich, ich ꝛc.

L. Nun

L. Nun so komm du her, Carl, und zeige 2c. Fritz, sage du mir aber, was Carl jetzt thun wird. K. Er wird Ihnen ein Stück von einer Kreisfläche zeigen, welches von zwey Halbmessern und einem Bogen begrenzt wird.

L. Das heißt: Carl wird mir — nun wieder aufgemerkt! — einen Kreisausschnitt zeigen. Nun, Carl, jetzt zeige mir einen Kreisausschnitt und fahre mit einem Finger darauf herum. K. (zeigt den Kreisausschnitt x).

L. Wer kann mir denn jetzt sagen, was man unter einem Kreisausschnitte versteht? K. Ein Stück von einer Kreisfläche, welches von zwey Halbmessern und von einem Bogen begrenzt wird.

L. Gut! Könnt ihr mir denn die Linien nicht nennen, von welchen dieses Stück der Kreisfläche (auf o fig. 40. zeigend) begrenzt wird? K. Das ist eine Sehne und ein Bogen.

L. Sollte denn wohl dieses Stück o auch ein Kreisausschnitt seyn? K. Nein.

L. Warum meynt ihr, daß es keiner sey? K. Weil dieses Stück der Kreisfläche nicht auch von zwey Halbmessern begrenzt wird.

L. Richtig! Das Stück o heißt nicht Kreisaus- sondern Kreisabschnitt. Könnt ihr mir nun wohl sagen, was zwischen einem Kreisausschnitte und einem Kreisabschnitte für ein Unterschied ist? K. Ein Kreisausschnitt wird von zwey Halbmessern und einem Bogen, ein Kreisabschnitt aber von einer Sehne und einem Bogen begrenzt.

L. Was hat aber ein Kreisausschnitt mit einem Kreisabschnitte für Merkmahle gemein? K. Beyde sind Stücke von einer Kreisfläche und werden auf einer Seite von einem Bogen begrenzt.

L. Und wie antwortet ihr, wenn ich frage: was ist ein Kreisabschnitt? K. Ein Stück von einer Kreisfläche, welches von einer Sehne und einem Bogen begrenzt wird.

L., (welcher ein kreisförmiges Stück Papier bey der Hand hat). Was für eine Figur scheint euch die obere und untere Fläche dieses Papiers zu seyn? K. Ein Kreis.

L. Und wenn dieses Papier gar keine Dicke hätte, sondern bloß eine Fläche wäre, so wäre es ein Kreis. Wir wollen es einstweilen dafür ansehen. Nun sagt mir (einen Kreisausschnitt mit der Schere machend), wie dieses Stück, welches ich jetzt herabgeschnitten habe, und welches von zwey Halbmessern und einem Bogen begrenzt wird, heißt? K. Kreisausschnitt.

L. Und wie heißt (einen Kreisabschnitt machend) dieses Stück? K. Kreisabschnitt.

L. Gut! Jetzt übt euch, Kreise aus freyer Hand zu zeichnen, und darin Halbmesser, Durchmesser, Kreisausschnitte und Kreisabschnitte zu bemerken.

---

1) Ein=

1) Eintheilung der Kreislinie.

L., (welcher fig. 41. an die Tafel gezeichnet hat). Jede dieser drey Kreislinien, welche Kreise begrenzen, die alle einen gemeinschaftlichen Mittelpunct haben, ist durch die Linien AB und CD in vier gleiche Theile getheilt. Nun sagt mir, ob ein Theil von der innern, so groß ist, als ein Theil von der mittlern oder äußern? K. Nein, das ist der Fall nicht.

L. Woher mag denn dieses kommen, da doch jedes Stück ein Viertel von einer Kreislinie ist? K. Das kommt daher, weil der innere Kreis kleiner als der mittlere und äußere ist.

L. Freylich! Eine größere Kreislinie muß grössere, und eine kleinere muß auch kleinere Viertel geben. Wenn ich also spräche: ich denke mir einen Bogen, welcher das Viertel von einer Kreislinie ist, könnte mir wohl jemand, wenn er auch einen Bogen noch so gut zeichnen könnte, gleich einen zeichnen, der gerade so groß, als der von mir gedachte wäre? K. Nein.

L. Warum denn nicht? K. Weil er nicht wissen könnte, wie groß die Kreislinie wäre, von der Sie sich das Viertel dächten.

L. Das ist richtig! Wenn ich also von einer Viertelskreislinie spreche, so wißt ihr zwar nicht, wie groß der Bogen ist, den ich meyne, aber ihr wißt doch, in welchem Verhältnisse er mit der ganzen Kreislinie steht, wißt, daß er den vierten Theil einer ganzen Kreislinie ausmacht. Gesezt nun, ich hätte

hätte eine Kreislinie in 20 gleiche Theile getheilt, und schnitte einen Bogen davon ab, der 5 solche Theile betrüge, wie verhielten sich denn diese 5 Theile zur ganzen Kreislinie; oder: den wie vielsten Theil machten sie von der ganzen Kreislinie aus? K. Sie verhielten sich zur ganzen Kreislinie wie 1 zu 4; oder: sie machten den vierten Theil derselben aus.

L. Und dieses Verhältniß bliebe, die Kreislinie möchte einen Kreis begrenzen, der so groß wie ein Wagenrad oder wie ein Pfennig wäre. Nun merkt dieses: Jede Kreislinie, sie mag so groß wie der Umfang eines Pfennigs, oder wie der Umfang eines Mühlenrades, oder noch viel tausend Mahl größer seyn, wird von allen den Gelehrten, welche die Geometrie verstehen, in 360 gleiche Theile eingetheilt, welche man Grade nennt. Jeden Grad theilt man aufs neue in 60 gleiche Theile ein, die man Minuten nennt, und eine Minute wird wieder in 60 gleiche Theile eingetheilt, denen man die Benennung Sekunden giebt. Ein Grad von einer Kreislinie ist also der 360ste Theil derselben. Diese Eintheilung wird aber nicht etwa bey jeder Kreislinie, die man mit Kreide oder Dinte ꝛc. zieht, mit Strichen wie hier (fig. 41.), sondern nur in Gedanken gemacht. Es war übrigens ganz willkührlich, eine Kreislinie in 360 gleiche Theile zu theilen, man hätte sie in mehr und weniger Theile theilen können. Vermuthlich hat man gerade die Zahl 360 gewählt, weil sie sich mit vielen Zahlen ohne Rest dividiren läßt, so daß man, wenn man die Hälfte, das Drittel, Viertel, Fünftel ꝛc. einer Kreislinie in Graden angeben will, dieses alle Mahl mit

einer ganzen Zahl thun kann. Nun sagt mir, ob ein Grad von der äußern dieser Kreislinien (fig. 41) einem Grade der innern gleich seyn könne. K. Nein.

L. Warum nicht? K. Weil die äußere Kreislinie größer ist als die innern sind.

L. Freylich! Wenn ich nun sage: ich denke mir einen Bogen, welcher einen Grad hält, wißt ihr da schon, wie groß dieser Bogen ist? K. Nein.

L. Warum könnt ihr dieses nicht wissen? K. Weil wir nicht wissen, wie groß der Kreis ist, von dem sie sich einen solchen Bogen denken.

L. Aber könnt ihr mir nicht sagen, wie dieser Bogen sich zum ganzen Umkreise verhalten muß? K. Er muß der 360ste Theil davon seyn. (Wie 1 zu 360.)

L. Jetzt gebt mir geschwind die Hälfte, das Drittel, Viertel, Fünftel, Sechstel, Achtel, Neuntel, Zehntel und Zwölftel von der Zahl 360 an. K. (geben nach und nach an: 180, 120, 90, 72, 60, 45, 40, 36, 30.

L. Bemüht euch, recht gut zu merken, der wie vielste Theil jede dieser Zahlen von 360 ist*). — Wenn ich nun sage: dieser Bogen hält 180 Grad, könnt ihr mir sagen, den wie vielsten Theil vom ganzen Umkreise er beträgt? K. Ja, den halben.

L. Könnt

*) Man frage oft: wie viel ist die Hälfte ꝛc. von 360? — der wie vielste Theil von 360 ist die Zahl 90 ꝛc.?

L. Könnt ihr wohl auch sagen, wie viel Grade jeder von den drey Bogen a, b, c (fig. 41) hält? K. Jeder muß 90 Grad halten.

L. Warum glaubt ihr dieses? K. Weil jeder das Viertel von der ganzen Kreislinie ist.

L. Aber müßten denn nicht diese drey Bogen gleich groß seyn, da doch jede 90 Grad hält? *) K. Nein.

L. Warum nicht? K. Weil die Grade von einem größern Kreise größer und von einem kleinern kleiner sind.

L. Nun sagt mir aber, wie sich ein Bogen von 90 Grad zu einem Bogen von 30 Grad verhält, wenn beyde von dem nämlichen Kreise sind? K. Da muß der von 90 Grad gerade drey Mahl so groß als der von 30 Grad seyn.

L. Durch die Linie b e theile ich jeden dieser drey Bogen wieder in zwey gleiche Theile: wie viel Grade muß jetzt jeder Theil halten? K. Fünf und vierzig.

L. Und der wie vielste Theil von einer Kreislinie ist ein Bogen von 45 Grad? K. Der achte.

L. Wie würde man sich aber ausdrücken müssen, wenn man anzeigen wollte, daß ein Bogen 45 Grad, über dieß aber noch sieben Sechzigstel von einem Grade

*) Ich verweile bey diesem Umstande deßwegen, weil ich gefunden habe, daß sich die Anfänger Bogen von einerley Anzahl Grade immer gleich groß denken.

Grade enthielte? K. Da müßte man sprechen: der Bogen hält 45 Grad und 7 Minuten.

L. Gut! Nunmehr, denke ich, werdet ihr mich verstehen, wenn ich in der Folge sprechen werde: dieser Bogen hält so oder so viel Grad, und überdieß noch so oder so viel Minuten. Wie groß ein Grad von diesem Kreise (Tab. IV.) ist, könnt ihr hier sehen, wo von B bis D zehn einzelne Grade angegeben sind. Jeder der übrigen Bogen, wie D E, E F ꝛc. enthält fünf, folglich der ganze Bogen von B bis U 90 Grad. Die Eintheilung eines solchen Grades in Minuten, und einer solchen Minute in Secunden könnten wir auch mit der feinsten Feder ꝛc. nicht bewerkstelligen, weil diese Theile zu klein ausfallen würden. Ihr werdet aber in der Zukunft Kreise kennen lernen, wo z. B. ein Grad wohl 15 Meilen, also eine Minute $\frac{1}{2}$ Stunde lang ist *).

---

m) Messen. Längen- und Flächenmaß.

L. Ihr habt zwar selbst schon manchmahl etwas gemessen, wohl auch andere Leute manche Dinge messen sehen; dessen ungeachtet würdet ihr einem Kinde, welches euch etwa fragte: was heißt messen? schwerlich eine ganz bestimmte Antwort geben können, weil ihr noch nicht untersucht habt, was man denn eigentlich thut, wenn man etwas mißt. Diese Untersuchung wollen wir aber jetzt anstellen.

Vor

*) Der Aequator unserer Erde ist ein solcher Kreis.

Vor allen Dingen sagt mir, ob ich an diesen Stab (Nro. 5) ein Stück ansetzen (anleimen), also seine Länge vermehren könnte oder nicht. K. Sie könnten sie allerdings vermehren.

L. Sollte ich wohl auch etwas davon wegnehmen, oder die Länge dieses Stabes vermindern können? K. Ja wohl.

L. Nun sagt mir zusammen, welche Veränderungen ich mit der Länge dieses Stabes vornehmen kann. K. Sie können sie vermehren und vermindern.

L. Deßwegen, weil man die angegebenen Veränderungen mit der Länge dieses Stabes vornehmen kann, nennt man sie eine Größe. Nun sagt mir, was man mit der Zahl 12 für Veränderungen vornehmen kann. K. Man kann sie so wohl vermehren als vermindern.

L. Und da man diese Veränderungen mit jeder Zahl vornehmen kann, so kann man jede Zahl auch eine Größe nennen. Jetzt denkt euch einmahl unsern Tisch da ohne Dicke, also bloß als eine Fläche, und sagt mir, ob diese Fläche wohl einer Vermehrung oder Verminderung fähig ist. K. Das ist sie allerdings.

L. Nun, so kann man sie auch eine Größe nennen. Jetzt habe ich drey Mahl etwas genannt, was man vermehren und vermindern kann, und dabey immer gesagt: das ist eine Größe. Wer merkt nunmehr wohl, was man etwa unter dem Worte Größe überhaupt verstehen mag? K. Etwas, was

was vermehrt oder vermindert werden kann (einer Vermehrung oder Verminderung fähig ist).

L. Richtig! Sollte wohl ein Haufen Erdäpfel auch eine Größe genannt werden dürfen? K. Ja wohl.

L. Warum glaubt ihr dieses? K. Weil er vermehrt und vermindert werden kann.

L. Könnte wohl die Länge dieses Bindfadens (den man bey der Hand haben muß) auch eine Größe heißen? K. Ja.

L. Warum? K. Weil ꝛc.

L. Hier lege ich jetzt zwey Größen her, diesen Bindfaden und diese Elle. Sagt mir, ob ihr glaubt, daß eure Aeltern schon genau wissen, wie lang dieser Bindfaden ist. K. Das können sie nicht wissen.

L. Sollten sie aber auch nicht wissen, wie lang eine Elle ist. K. Ja, das wissen sie.

L. Kann ich wohl sagen: diese beyden Größen, nämlich die Länge dieses Bindfadens und die Länge dieser Elle, sind euren Aeltern bekannt? K. Nein.

L. Welche von diesen beyden Größen ist ihnen nur bekannt? K. Die Elle (die Länge der Elle).

L. Und welche ist ihnen unbekannt? K. Die Länge des Bindfadens.

L. Weil nicht nur eure Aeltern, sondern auch andere Leute sich bey dem Worte Elle sogleich eine bestimmte Länge denken können, so wollen wir die Elle eine bekannte Größe, dagegen aber die Län-

Länge dieses Bindfadens, die noch niemand kennt, eine unbekannte Größe nennen. Nun sagt, ob wir nicht untersuchen können, wie oft diese bekannte Größe (auf die Elle zeigend) in dieser unbekannten (auf den Bindfaden zeigend) enthalten ist. K. O ja.

L. Was behauptet ihr jetzt? K. Daß wir untersuchen können, wie oft diese bekannte Größe in dieser unbekannten enthalten ist.

L. Nun will ich diese Untersuchung anstellen. (Der Lehrer mißt den Bindfaden mit der Elle.) Wer kann mir wohl mit einem einzigen sehr bekannten Worte sagen, was ich jetzt thue? K. Sie messen.

L. Das ist recht! Wer kann mir aber sagen, was eigentlich messen heißt? K. Messen heißt untersuchen, wie oft eine bekannte Größe in einer unbekannten enthalten ist*).

L. Recht gut! Nun habe ich diesen Bindfaden gemessen und gefunden, daß er gerade 6 rc. Ellen lang ist. Wißt ihr denn schon wie sich die Länge dieses Tisches zur Länge einer Elle verhält? K. Nein.

L. Da ist also die Länge des Tisches eine für euch noch unbekannte Größe. Nun nehmt diese Elle

*) Wenn man untersucht, wie oft ein als bekannt angenommenes Gewicht (ein Pfund rc.) in dem Gewichte eines andern Körpers enthalten ist, so gebraucht man Statt des Wortes messen das Wort wägen.

Elle, diese euch schon bekannte Größe, und seht, wie oft sie in der Länge dieses Tisches, also in der euch noch unbekannten Größe enthalten ist. K. (messen.)

L. Ihr habt jetzt gemessen. Wie viel Größen mußten denn da vorhanden seyn? K. Zwey.

L. Zwey bekannte oder zwey unbekannte? K. Eine bekannte und eine unbekannte.

L. Dieses muß alle Mahl der Fall seyn, wenn wir messen sollen. Eine von den zwey Größen, welche beym Messen vorhanden seyn müssen, führt den Namen Maß oder Maßstab: welcher Größe mag wohl diese Benennung zukommen, der bekannten oder der unbekannten? K. Der Bekannten.

L. Recht! Wenn ich also spräche: ich habe hier eine bekannte Größe, mit welcher man andere unbekannte Größen zu vergleichen pflegt, um das Verhältniß zwischen beyden zu finden, so könnte ich auch sprechen — nun wie? K. Ich habe hier ein Maß (einen Maßstab).

L. Gut! Wer kann mir aber jetzt sagen, was das Wort Maß oder Maßstab bedeutet? K. Eine bekannte Größe, mit welcher man eine unbekannte vergleicht, um 2c.

L. Da dürfte ich ja wohl diese Elle und diesen Schuh (Nro. 5 a) Maße oder Maßstäbe nennen? K. Freylich!

L. Wird denn nach diesen Maßstäben, ich meyne nach der Elle und dem Fuße, auch die Milch, das Bier, das Korn 2c. weggemessen, und kauft man z. B. ein paar Ellen Bier? K. Bewahre!

L. Oder kauft man eine Elle Butter? K. Auch nicht.

L. Nun könnt ihr mir sagen, ob man zu allen Größen einerley Maßstab braucht oder nicht? K. Man braucht nicht zu allen Größen einerley Maßstab.

L. Richtig! Der Maßstab muß mit der zu messenden Größe immer von einerley Art seyn. Nun sagt mir, ob ihr Flächen und Linien für Größen von einerley Art haltet. K. Nein, wir halten sie nicht dafür.

L. Wird man also wohl eine Linie mit einer Fläche und eine Fläche mit einer Linie messen können? K. Nein.

L. Warum nicht? K. Weil Linien und Flächen keine Größen von einerley Art sind.

L. Richtig! Was wird man also wohl zum Maßstabe einer Linie machen müssen? K. Wieder eine Linie.

L. Und zum Maßstabe einer Fläche. K. Auch eine Fläche.

L. Ganz recht! Da aber Linien, wie ihr wißt, nicht für sich vorhanden sind, so nimmt man gewisse Körper, bey denen man bloß auf ihre Länge sieht, die man sich also als Linien denkt, zu Maßstäben, um bloße Längen, d. h. Linien zu messen. Dieser Stab (Nro. 5 a) und diese Elle sind zwar Körper, aber wir denken uns unter ihnen nur Linien, d. h. wir betrachten nur ihre Länge und bekümmern uns gar nicht um ihre Dicke und Breite. Nun aber fragt sichs, wie lang die Linie, welche

wir

wir zum Maßstabe für unbekannte Längen annehmen, seyn müsse? Dieses ist ganz willkührlich, d. h. man kann sie so lang oder so kurz machen als man will. Wir in unsern Gegenden haben diese Länge (Nro. 5 a), die man den rheinischen Schuh oder Fuß nennt *) und diese da (die Elle) zu Maßstäben für Längen angenommen. In andern Ländern hat man zwar auch Längen-Maße von diesen Benennungen, aber sie sind deßhalb den unserigen nicht gleich, sondern bald kürzer bald länger. Für euch ist es genug, wenn ihr unsere inländischen Maßstäbe kennt, daher ich von den ausländischen nicht weiter sprechen werde. Jetzt seht einmahl, wie sich ein Fuß zu einer Elle verhält. K. (thun dieses)

L. Nun sagt mir, welche Dinge man gewöhnlich mit der Elle mißt. K. Bänder, Leinwand ꝛc.

L. Das heißt kurz: alles, was auf dem Weberstuhle gemacht worden ist, oder gewebte Dinge. Daher alle Kaufleute, welche mit dergleichen Dingen handeln, eine Elle nöthig haben. Kennt ihr keine Handwerksleute, welche Längen mit dem Schuhe messen? K. Ja, die Maurer, Zimmerleute, Schreiner, Drechsler, Glaser ꝛc.

L. Recht! Da man oft Längen, die weniger als einen Schuh betragen, zu messen hat, so hat man den Schuh in 12 gleiche Theile, welche man Zolle, und einen Zoll wieder in 12 gleiche Theile,

*) Ursprünglich hat man die Länge eines Mannsfußes zum Maßstabe angenommen, daher obiger Name.

welche man Linien, und eine Linie auch wieder in 12 gleiche Theile, welche man Scrupel nennt, eingetheilt. Hier auf diesem Maßstabe (Nro. 5 a) ist diese Eintheilung in Zolle und Linien gemacht, da könnt ihr also sehen, wie lang ein Zoll und eine Linie ist. Einer Länge von 12 (an manchen Orten auch von 15 oder 16) Schuh giebt man die Benennung Ruthe, um bey beträchtlichen Längen nicht gar zu große Zahlen merken zu dürfen. Statt zu sagen: mein Garten ist 48 Schuh lang, kann ich also auch sprechen: mein Garten ist 4 Ruthen lang. Damit ihr seht, wie lang eine Ruthe ist, habe ich hier einen Bindfaden mit gebracht, der diese Länge hat. Die Eintheilung der Ruthe in 12 Fuß, des Fußes in 12 Zoll, und des Zolles in 12 Linien rc. ist indessen nur im gemeinen Leben bey den Handwerkern üblich. Diejenige Klasse von Gelehrten, welche die Geometrie verstehen (die Geometer) theilen die Ruthe nur in 10 Schuh, den Schuh in 10 Zoll, den Zoll in 10 Linien und die Linie in 10 Scrupel. Dabey ist zu bemerken, daß sie bald ihre Ruthe, bald ihren Schuh so groß als die landüblichen Maße dieser Benennungen annehmen. Wenn nun bey uns z. B. die Ruthe eines Geometers so lang als diese hier wäre, würden denn seine Fuße länger oder kürzer, als dieser Fuß hier seyn? K. Länger.

L. Warum müßten sie länger seyn? K. Weil ein Zehntel größer als ein Zwölftel ist.

L. Und die Zolle eines solchen Schuhes, wie verhielten sich diese gegen die gewöhnlichen Zolle? K. Sie müßten auch größer seyn.

L. Na-

L. Natürlich! Aber wenn der Geometer seinen Schuh so lang annähme als dieser hier ist, übrigens aber deren 10 auf eine Ruthe rechnete, würde dann seine Ruthe so lang als diese Ruthe hier seyn? K. Nein.

L. Wie viel wäre sie kürzer? K. Zwey Schuh.

L. Aber wie müßten sich die Zolle eines in 10 gleiche Theile getheilten Schuhes gegen die Zolle des nämlichen, aber in 12 gleiche Theile getheilten Maßes verhalten? K. Jene müßten größer als diese seyn.

L. Warum? K. Weil ein Zehntel rc.

L. Richtig! Hier auf diesem Stabe (Nro. 5. b) ist die zehntheilige Eintheilung angebracht, so daß ihr die Zolle und die Linien eines Geometers mit den gewöhnlichen Zollen und Linien zusammen halten und ihren Unterschied in der Länge bemerken könnt, wenn ihr diese beyden Stäbe (Nro 5. a u. b) neben einander legt. — Der Grund, warum die Geometer Statt der zwölftheiligen, die zehntheilige Eintheilung ihres Längenmaßes wählen, ist der, weil man mit 10 weit bequemer multipliciren und dividiren kann, als mit 12. Sollte ein Geometer in einer Rechnung z. B. 13 Ruthen zu Schuhen, diese zu Zollen, und diese endlich zu Linien machen, so dürfte er an 13 nur eine Null setzen, so hätte er 130 Schuh; an diese Zahl wieder eine Null gesetzt gäbe 1300 Zoll; hieran noch eine Null gäbe 13000 Linien. Und sollte er umgekehrt, 13000 Linien in Zolle verwandeln, so dürfte er nur eine Null ab-

 schnei-

schneiden *). — Außer dem Fuße und der Ruthe hat man im gemeinen Leben noch verschiedene Längenmaße, wovon wir die Klafter und die gemeine deutsche Meile merken wollen. Jene hält 6 rheinl. Schuh, und wird insbesondere von den Holzmessern hie und da gebraucht; diese beträgt 23642 rheinl. Schuh und man bedient sich ihrer als eines Wegmaßes. Der Weg von hier, spricht man

*) Das Verfahren, das zehntheilige Maß in das zwölftheilige, und dieses in jenes zu verwandeln, lehren folgende Beyspiele, bey deren Berechnung die hier stehenden 2 Reductionsätze zu Grunde liegen:

1) Bey einerley Ruthenmaß sind

10 Fuß des zehnth. Maßes = 12 Fuß des zwölfth. M.

2) Bey einerley Fußmaß sind

10 Zoll des zehnth. Maßes = 12 Zoll des zwölfth. M.

Wenn gefragt wird: wie viel betragen 3 Zoll 6 Linien des zehnth. Maßes im zwölfth. Maße? so setzt man nach der Regeldetri an:

Zoll des zehnth. M.	Zoll im zwölfth. M.	Z. L. des zehnth. M.
10	12	3. 6.
10	36	10
100 Lin.	72	36 Lin.
	36	

100 | 432 | $4\frac{32}{100} = 4\frac{8}{25}$ Zoll, oder, wenn
| 400 | der Bruch $\frac{8}{25}$ Z.
-32 zu Lin. u. Scrupel gemacht wird,
4 Zoll, 3 Linien,
$10\frac{2}{25}$ Scrupel.

Wäre

man z. B., bis nach — beträgt — Meilen. Da ihr nun unsere gewöhnlichen Längenmaßen kennt, so will ich euch auch mit den Flächenmaßen bekannt machen. Daß wir, um eine Fläche zu messen, auch

H 5 eine

Wäre die gemeine Ruthe als Maßstab angenommen und in 10 Fuß, und jeder Fuß in 10 Zoll getheilt worden, so müßte man nachstehenden Ansatz machen:

Fuß des zehnth. M.	Fuß des zwölfth. M.	Z. L. des zehnth. M.
10 ———	12 ———	3. 6.
10	12	10
100 Zoll	24	36 Lin.
10	12	
1000 Lin.	144 Zoll	
	36	
	864	
	432	

1000 | 5184 | $5\frac{184}{1000} = 5\frac{23}{125}$ Zoll, oder
| 5000 | 5 Zoll, 2 Lin.
-184 $2\frac{62}{125}$ Scrup. des zwölfth. Maßes.

In beyden Exempeln mußte das erste Glied die Benennung der Fragezahl erhalten, und weil im zweyten Exempel das Facit in Zollen zwölftheil. Maßes gesucht ward, so mußte die Zahl im mittlern Gliede eben diesen Namen haben.

Eben diese Reductionssätze dienen, wenn man umgekehrt, zwölftheiliges Maß in zehntheiliges verwandeln will. Wenn z. B. gefragt wird: wie viel Fuß im zehn-

thei-

eine Fläche zum Maßstabe annehmen müssen, wißt ihr schon. Am bequemsten hiezu hat man das Quadrat gefunden, und um eine gewisse Übereinstimmung des Flächenmaßes mit dem Längenmaße zu haben, giebt man einer Seite eines solchen zum Maßstabe gewählten Quadrats entweder die Länge eines Scrupels, oder einer Linie, oder eines Zolles, oder eines Schuhes, oder einer Ruthe, und nennt es entweder einen Quadratscrupel, oder eine Quadratlinie, oder einen Quadratzoll, oder einen Quadratschuh, oder eine Quadratruthe. Dieses (man zeige einen Quadratschuh von Papier

theiligen Maße erhalte ich aus 327 Fuß 7 Zoll des zwölftheiligen Maßes? so setzt man an:

Fuß d. zwölfth. M.		Fuß d. zehnth. M.		F. Z. d. zwölfth. M.	
12	———	10	———	327. 7.	
12				12	
24				661	
12				327	
144				3931 Zoll	
				10	
			144	39.310	$272\frac{142}{144}$ Fuß
				28 5 : :	oder 272 F.
				105.8 :	9 Zoll, 8 L.
				100 8 :	$6\frac{1}{9}$ Scrupel
					des zehnth.
				- - 4.3.0	Maßes.
				288	
				142	

Papier vor) ist ein Quadrat, dessen Seite *) einen Schuh lang ist: wie wollt ihr also diesen Maßstab nennen? K. Quadratschuh.

L. Warum führt dieses Maß diesen Namen? K. Weil es ein Quadrat ist, dessen Seite gerade einen Schuh mißt.

L. Gut! Wie wollt ihr wohl diese kleinen Quadrate (man zeige dergleichen vor) nennen, da die Seite eines jeden einen Zoll lang ist? K. Quadratzolle.

L. Stellt doch einmahl eine Untersuchung an, und seht wie viel Quadratzoll auf einen Quadratschuh gehen. (In diesem Falle muß man einen in Quadratzolle eingetheilten Quadratschuh bey der Hand haben.) K. (nach der Untersuchung.) Ein hundert und vier und vierzig.

L. Das ist der Fall bey einem gemeinen oder gewöhnlichen Quadratschuh. Bey dem Quadratschuh der Geometer, welche, wie ihr nun wißt, ihre Maßstäbe in 10 gleiche Theile theilen, hat die Seite eines Quadratschuhes 10 Zolle, es können also auf ein solches Quadrat nur 10 Mahl 10 d. i. 100 Quadratzoll gehen, die aber, so wie es auch der Fall beym Längenmaß ist, größer als die gemeinen Quadratzolle seyn müssen. Damit euch die Sache recht deutlich wird, will ich da an die Tafel einen Quadratschuh zeichnen und ihn in 100 Quadratzoll ein-

*) Man sage hier den Kindern, daß, weil bey einem Quadrate eine Seite so groß als die andere ist, man spricht: dessen Seite.

eintheilen. — So! Jetzt sagt mir, wie viel kleinere Quadrate (Quadratzolle) hier in jeder Reihe von der Linken zur Rechten liegen. K. Zehen.

L. Und wie viel solcher Reihen liegen von oben nach unten? K. Auch zehen.

L. Also 10 Mahl 10, d. i. 100. Wenn ich nun einen dieser (an der Tafel verzeichneten) Quadratzolle in Quadratlinien theilte, wie viel bekäme ich deren bey der zehntheiligen Eintheilung? K. Auch 100.

L. Aber wie viel Quadratschuh mögen bey der nämlichen Eintheilung auf eine Quadratruthe gehen? K. Auch 100.

L. Richtig! Nun sagt mir, wie viel bey dem zehntheiligen Maße in einer Quadratruthe Quadratschuhe, in einem Quadratschuhe Quadratzolle, und in einem Quadratzolle Quadratlinien enthalten sind. K. Eine Quadratruthe hat 100 Qradratschuhe ꝛc.

L. So wie beym zehntheiligen Maße eine Quadratruthe 10 Mahl 10 Quadratfuße ꝛc. enthält, so hat beym zwölftheiligen Maße die Quadratruthe 12 Mahl 12 Quadratfuß und ein Quadratfuß ꝛc. Nun sagt mir, wie viel bey dem genannten Maße Quadratschuhe auf eine Quadratruthe, Quadratzolle auf einen Quadratschuh ꝛc. gehen? K. Die Quadratruthe hält 144 Quadratschuh ꝛc.

L. Gut! Damit ihr auch seht, wie groß eine Quadratruthe ist, so wollen wir hier in der Stube (im Hofe ꝛc.) eine abmessen. — — Nun merkt noch, daß man beträchtliche Flächen, z. B. die Flä-

che

che eines ganzen Landes nicht mit der Quadratruthe, sondern mit der Quadratmeile mißt. Könnt ihr wohl vermuthen, wie lang die Seite einer Quadratmeile seyn mag? K. Eine Meile.

L. Richtig! Eine Quadratmeile oder ein viereckigtes Stück Land, wovon jede Seite eine Meile lang ist, ist schon ein beträchtlicher Flächenraum und ungefähr so groß als — (Hier führe jeder Lehrer seine Schüler in Gedanken auf einen ihnen bekannten District herum, welcher nach einer ungefähren Schätzung eine Quadratmeile beträgt, oder, was noch besser ist, er lasse sie gelegenheitlich auf einem Berge diesen District übersehen.) — Nunmehr kennt ihr auch unser gewöhnliches Flächenmaß. Wie man es macht, um zu erfahren wie viel z. B. ein Garten Quadratruthen, oder die Fläche dieses Tisches Quadratschuhe enthält, werdet ihr in der Folge lernen. Vor der Hand merkt nur so viel, daß man hiezu keine besonders verfertigten Maßstäbe, etwa viereckigte Bretter ꝛc., wovon jede Seite einen Schuh ꝛc. lang wäre braucht, sondern daß man die Größe einer Fläche durch Messen mit unserm Längenmaße und zugleich durch Rechnung findet, sie aber gleichwohl in Quadratschuhen ꝛc. angiebt *).

L. Jetzt

*) Es ist leicht, das zehntheilige oder decimal Quadratmaß auf das zwölftheilige oder duodecimal Quadratmaß,

L. Jetzt wollen wir uns ein bischen im Ausmessen verschiedner Längen und zugleich im richtigen und bestimm-

maß, und umgekehrt, dieses auf jenes zu bringen, wenn man nur folgende Reductionssätze merkt.

1) Bey einerley Ruthenmaß sind

100 decimal Quadratfuß = 144 duodecimal Quadratfuß.

2) Bey einerley Fußmaß sind

100 dicimal Quadratzoll = 144 duodecimal Quadratzoll.

Wird nun gefragt: 63 Quadratfuß, 95 Quadratzoll des Decimalmaßes, wie viel sinds duodecimal Quadratfuße und kleinere duodecimal Quadrattheile von solchen Fußen? so setzt man an:

dec. Qf.	duodec. Qf.	Quadratf.	Qzoll des dec. Maßes.
100 ——	144 ——	63	95
100		100	
10000 dec. Qz.		6395	dec. Qz.
		144	
		25580	
		25580	
		6395	
10000		920880	92 Quadratf. des duodecimal Maßes.
		90000 :	
		-20880	
		20000	
		--880 / 10000	= $\frac{11}{125}$ Quadratfuß oder 12 Quadratz. 96 Quadratlinien, 110 Qscrupel des duodec. Maßes.

Von

bestimmten Gedankenausdrucke üben. Da, Carl, hast du unsern Maßstab (Nro. 5 a) miß damit die Länge der untern Thürschwelle. K. (mißt.) *)

L. Was thust du jetzt? K. Ich messe die Länge der untern Thürschwelle.

L. Was

Von der umgekehrten Frage, wie man duodecimal Quadratmaß auf decimal Quadratmaß bringt, giebt der folgende Ansatz ein Beyspiel:

```
duodec. Qf.   dec. Qf.   Qf.   Quadratzoll des duod. Maßes.
  144    —    100    —   286   137
  144                    144
  ---                    ---
  576                   1144
 576                   1144
144                     286
-----                  -----
20736 duod. Qz.        41184
                         137 dazu addirt
                       -----
                       41321
                         100
                      ------
20736 | 41.3.2.100 | 199 Qf., 27 Qz., 17
      | 20736::    |     Quadratlin. und
      ------------       97 272/299 Quadrat-
        2.0.585.0:       scrupel des decim.
        1 8 662 4:       Maßes.
      ------------
        -19.2.26.0
        18 6 62 4
      ------------
        --5 6 3 6
```

*) Man halte die Kinder an, recht accurat zu messen; denn diese Geschicklichkeit darf keinem Menschen fehlen.

L. Mit welchem Maßstabe mißt du denn? K. Mit einem rheinländischen ꝛc. Schuhe.

L. Deine beyden letzten Antworten faße jetzt zusammen, und antworte mir damit, wenn ich frage: was thust du jetzt? K. Ich messe mit einem rheinl. Schuhe die Länge der untern Thürschwelle.

L. Fritz, kannst du mir sagen, was Carl thut? K. Er mißt mit ꝛc.

L. Nun hast du gemessen, sage mir, was du dadurch gefunden oder erfahren hast. K. Ich habe gefunden, daß die untere Thürschwelle — Schuh und — Zoll lang ist.

L. Wer kann mir nun ausdrücken, was Carl gethan und gefunden hat. K. Carl hat mit dem rheinl. Schuh die Länge der untern Thürschwelle gemessen und dadurch gefunden, daß sie — Schuh und — Zoll lang ist.

L. Nun, Carl, miß mit dem rheinl. Schuhe auch die Höhe der rechten Thürpfoste. K. (mißt.)

L. Was thut jetzt Carl? K. Er mißt mit dem rheinl. Schuhe die Höhe ꝛc.

L. Jetzt sage mir, Carl, was du gethan und gefunden hast? K. Ich habe mit dem rheinl. Schuhe die Höhe der rechten Thürpfoste gemessen, und gefunden ꝛc.

L. Nun hat Carl zwey verschiedene Größen nach einander gemessen. Um anzuzeigen, daß er, als das Messen der ersten geendigt war, zum Messen der zweyten geschritten ist, drückt man sich also aus: nachdem Carl die Länge der untern Thürschwelle gemes-

gemessen hatte, maß er auch die Höhe der rechten Thürpfoste. Wer kann mir diesen Satz nachsagen? K. Nachdem rc.

L. Theodor, nun miß du erst die Breite unserer Stube, dann die Länge dieser Wand, und sage mir, wenn du fertig bist, was du gethan hast, auf die nämliche Weise, auf welche ich erst gesagt habe, was Carl gethan hat. K. (nachdem es gemessen.) Nachdem (als) ich die Breite dieser Stube gemessen hatte, maß ich rc.

L. Was that denn Theodor, ehe er die Länge dieser Wand maß? K. Da maß er die Breite unserer Stube.

L. Nun sage uns, Theodor, wie breit diese Stube, und wie lang diese Wand ist. K. Die Stube ist — Schuh und — Zoll breit und die Wand rc.

L. Hier habe ich, wie ihr seht, eine gerade Linie in der Stube gezogen: wie lang schätzt ihr sie nach dem Augenmaße? K. (sagen ihre Meynung.)

L. Hier ist der Maßstab, meßt und seht, ob ihr richtig geschätzt habt. K. (messen und sagen:) wir haben richtig geschätzt oder: wir haben uns um — Zoll geirrt.

L. (eine gerade Linie an der Tafel ziehend.) Nun sagt, wie lang ihr diese Linie schätzt.

Dieß ist nur ein Fingerzeig zu mancherley nützlichen Uibungen, die man fleißig mit Kindern anstellen sollte. Insbesondere sollte man recht oft gewisse Längen nach dem Augenmaße schätzen und dann ausmessen lassen.

sen. Von den Schwierigkeiten, eine gerade Linie auf der Erde genau zu messen, kann hier noch nicht die Rede seyn. Es ist genug, wenn dieß die Kinder so accurat bewerkstelligen, als es ihnen möglich ist. Und wie sehr die Fertigkeit sich richtig und bestimmt auszudrücken und die verschiedenen tempora gehörig zu gebrauchen bey Kindern auf die angegebene Art befördert wird, weiß ich aus vieljähriger Erfahrung.

---

n) Maß eines Winkels.

L., (welcher von der fig. auf Tab. IV. nur erst die Linien WB und VU gezogen hat). Was für Winkel scheinen euch die um den Punct A herumliegenden, nämlich BAU, UAW ꝛc. zu seyn? K. Rechte.

L. Recht! Solche sind es. Jetzt mache ich diesen Zirkel so weit auf als ich will, setze die Spitze seines einen Fußes in A, den gemeinschaftlichen Scheitel dieser Winkel, und beschreibe (den äußern Kreis beschreibend) eine Kreislinie. Um anzuzeigen, was ich jetzt gethan habe, spricht man gewöhnlich: ich habe mit beliebiger (willkührlicher) Oeffnung des Zirkels aus dem Puncte A einen Kreis beschrieben. Merkt euch jetzt die Bedeutung der Redensart: aus einem gewissen Puncte einen Kreis beschreiben, recht gut. Jetzt sagt mir, der wievielste Theil dieser Kreislinie euch zwischen den Schenkeln BU, dann zwischen UW, WV und VA zu liegen scheint. K. Der vierte.

L. Ihr

L. Ihr habt zwar nur nach dem Augenmaße, aber doch ganz richtig, geurtheilt. Immer zwischen zweyen dieser Schenkel liegt ein Bogen, welcher der vierte Theil einer Kreislinie ist, die ich aus dem gemeinschaftlichen Scheitel A beschrieben habe. Jetzt will ich aus dem nämlichen Punct A noch eine Kreislinie beschreiben (den innern Kreis beschreibend). — So! Jetzt liegt zwischen den Schenkeln B U noch ein Bogen, nämlich a b. Der wie vielste Theil von der innern Kreislinie scheint euch denn dieser Bogen a b zu seyn? K. Auch der vierte.

L. Der ists auch. Aber wie viel mag der Bogen b c von der Kreislinie a b c d betragen? K. Auch den vierten Theil.

L. Richtig geurtheilt! Jetzt gebt recht Achtung. Hier habt ihr vier rechte Winkel, zwischen den Schenkeln eines jeden sind zwey Bogen, wovon jeder der vierte Theil einer Kreislinie ist, welche ich aus dem gemeinschaftlichen Scheitel dieser Winkel beschrieben habe. Nun bedenkt, daß ein rechter Winkel so groß wie der andere ist, und sagt mir, der wie vielste Theil einer Kreislinie, die man aus dem Scheitelpunct eines rechten Winkels beschreibt, zwischen seine beyden Schenkel zu liegen kommen mag. K. Der vierte.

L. Ihr vermuthet richtig! So bald ich aus dem Scheitel eines rechten Winkels einen Bogen zwischen seinen beyden Schenkeln ziehe, so ist dieser alle Mahl der vierte Theil derjenigen Kreislinie, die entstehen würde, wenn ich Statt des Bogens einen ganzen Kreis beschriebe. Hier (A B und A C von fig. 42.

 zie-

ziehend) ist ein rechter Winkel. Nun beschreibe ich zwischen seinen beyden Schenkeln aus seinem Scheitel einen Bogen (x u beschreibend). — So! Daß dieser Bogen ein Theil von einer Kreislinie ist, wißt ihr. Aber der wie vielste Theil derselben ist er? K. Der vierte.

L. Aus welchem Puncte muß aber die Kreislinie, wovon x u der vierte Theil ist, beschrieben werden? K. Aus dem Scheitel des Winkels B A C.

L. Aber woher wißt ihr denn jetzt, daß x u der vierte Theil einer Kreislinie ist? K. Weil Sie vorhin gesagt haben: so bald ich aus dem Scheitel eines rechten Winkels ꝛc.

L., (welcher aus dem Puncte o den Bogen m n in fig. 42. beschreibt). Jetzt sagt mir, ob der Bogen, welchen ich jetzt zwischen den beyden Schenkeln eines rechten Winkels beschreibe, auch der vierte Theil seiner Kreislinie ist. K. Nein, der ists nicht.

L. Warum behauptet ihr dieses? K. Weil er nicht aus dem Scheitel des rechten Winkels beschrieben worden ist.

L. Das ist recht! Gesetzt nun, ich sagte: beschreibt mir einen Bogen, welcher der vierte Theil einer Kreislinie ist: wie wolltet ihr dieses anfangen? K. Da würden wir einen rechten Winkel machen, und aus seinem Scheitel zwischen seinen beyden Schenkeln einen Bogen beschreiben.

L. Das wäre recht! Jetzt sagt mir doch, wie viel der vierte Theil einer Kreislinie Grade hat. K. Neunzig.

L. Wie viel Grade muß denn so nach ein Bogen haben, welcher aus dem Scheitel eines rechten Winkels zwischen seinen beyden Schenkeln gezogen ist? K. Auch neunzig.

L. Richtig! Wie viel Grade muß sonach der Bogen BU (Tab. IV.) haben? K. Neunzig.

L. Und der Bogen ab? K. Auch neunzig.

L. Aber ich dächte, da dieser Bogen (ab) kleiner als BU ist, so müßte er weniger Grade haben? K. Nein, er hat deren auch 90, aber sie sind kleiner als die Grade auf BU.

L. Das ist die Sache. Nun seht doch einmahl in wie viel kleinere Bogen BU durch die Linien AB, AC, AD u. s. w. getheilt ist? K. In 18.

L. Von diesen Bogen sage ich euch hiemit, daß sie alle einander gleich sind. Nun werdet ihr mir wohl sagen können, wie viel Grade jeder hält. K. Fünf.

L. Gut! In wie viel Theile oder kleinere Winkel ist denn der rechte Winkel BAU durch die Linien AB, AC, AD rc. getheilt? K. In 18.

L. Auch diese Winkel sind einander gleich. Ich habe also jetzt 18 gleiche Winkel aus einem einzigen rechten gemacht und dadurch wurde auch der Bogen CU, welcher zwischen den Schenkeln dieses rechten Winkels liegt, in 18 gleiche Theile getheilt. Gesetzt nun, ich theilte jeden dieser 18 Winkel wieder in 5 kleinere, aber gleiche Winkel: in wie viel gleiche Theile würde denn dadurch der ganze rechte Winkel BAU getheilt werden? K. In 90.

L. Richtig! Denn 18 Mahl 5 ist ja 90. Durch diese Theilung würde aber jeder der Bogen BC, CD, DE ꝛc. in fünf gleiche Theile getheilt werden. Wie viel gäbe dieses Theile? K. Neunzig.

L. Und wie hieße denn jeder dieser Theile? K. Grad.

L. Wenn ich also diesen rechten Winkel in 90 kleinere aber gleiche Winkel theilte, so betrüge der Bogen, welchen ich aus dem gemeinschaftlichen Scheitel zwischen den Schenkeln eines jeden beschriebe —; nun wie viel? K. Einen Grad.

L. Gut! Nun merkt recht, was ich sage. Man theilt in Gedanken den rechten Winkel in 90 gleiche Theile oder kleinere Winkel ein, und nennt sie eben so wie die Theile der Kreislinie Grade, und nimmt einen solchen Grad oder $\frac{1}{90}$ eines rechten Winkels zum Maße eines jeden andern Winkels an, weil ein Winkel nur wieder durch einen Winkel gemessen werden kann. Ein solcher Grad oder der 90ste Theil eines rechten Winkels ist hier (Tab. IV.) bemerkt, damit ihr durch wirkliche Anschauung eine Vorstellung davon bekommt. Dieser Winkel (VAX) ist der Maßstab mit welchem wir Winkel messen. Wäre nun irgend ein Winkel gerade so groß wie dieser (VAX), so würden wir sagen: er hält Einen Grad, wäre er zwey Mahl so groß, so sprächen wir: er hält zwey Grade u. s. w. Da jeder der Winkel, in welche wir diesen rechten BAU getheilt haben, fünf Mahl so groß ist als dieser

dieser hier (VAX), so müssen wir sagen: jeder dieser Winkel hält fünf Grad. Nun wollen wir uns einmahl die Linien CA und DA (Tab. IV.) wegdenken so daß wir einen einzigen Winkel bekommen, nämlich BAE: sagt, wie viel dieser Winkel Grad hält. K. 15.

L. Recht! Er ist gerade 15 Mahl so groß als VAX. Wie viel Grad hält denn der Winkel BAF? K. 20.

L. Und BAG? — BAH? u. s. w. — Wenn ich nun sage: ich will einen Winkel von 90 Grad machen, könnt ihr da wissen, zu welcher Art von Winkeln er gehört? K. Das ist ja ein rechter.

L. Aber wenn ich sage: ich will einen Winkel von 85 Grad machen, wißt ihr jetzt zu welcher Art dieser gehört? K. Der gehört zu den spitzigen.

L. Woher wißt ihr denn, daß ein Winkel von 85 Grad ein spitziger ist? K. Ein solcher muß ja kleiner als ein rechter, d. h. eben ein spitziger seyn.

L. Freylich! Jeder Winkel unter 90 Grad ist ein spitziger. Denkt ihr euch denn einen Winkel von 85 Grad um sehr viel, oder nur etwas kleiner als einen rechten? K. Nur etwas.

L. Ja wohl! Seht, BAT ist ein Winkel von 85 Grad und er ist nicht viel kleiner als ein rechter. Aber ist ein Winkel von 5, 6, 7 rc. Grad auch nur etwas kleiner als ein rechter? K. Ey nein, der ist viel kleiner.

L. Wie viel Mahl ist denn ein Winkel von 6 Grad kleiner als ein rechter? K. Funfzehn Mahl.

 L. Gut!

L. Gut! Wie viel Mahl ist aber ein Winkel von 30 Grad kleiner als ein rechter? K. Drey Mahl.

L. Und wie verhält sich ein Winkel von 45 Grad zu einem rechten? K. Er ist die Hälfte vom rechten (halb so groß als der rechte).

L. Was muß denn ein Winkel von 95 Grad für einer seyn? K. Ein stumpfer.

L. Richtig! Um den wie vielsten Theil ist denn ein Winkel von 95 Grad größer als ein rechter? K. Um den 18ten.

L. Um den wie vielsten Theil ist aber ein Winkel von 100 Grad größer als ein rechter? K. Um den neunten.

L. Alles richtig! Nun sagt mir doch, ob ihr euch vorstellen könnt, wie lang die Schenkel eines Winkels sind, wenn ich sage: er hält 45 Grad? K. Das können wir nicht.

L. Könnt ihr mir denn auch nicht sagen, wie sich ein Winkel von 45 oder 30 Grad zum rechten Winkel verhält? K. O ja. Der erste ist die Hälfte, der zweyte das Drittel von einem rechten.

L. Nun sagt mir, was uns die Grade eines Winkels anzeigen, die Länge seiner Schenkel, oder sein Verhältniß zum rechten Winkel? K. Sein Verhältniß zum rechten Winkel.

L. Das ist recht! So bald wir wissen, wie viel Grad ein Winkel hat, so wissen wir nicht nur, ob er größer oder kleiner als ein rechter, dessen Größe jeder, der weiß was ein solcher Winkel ist, kennt, son-

sondern auch um den wie vielsten Theil er größer oder kleiner ist. Aber nun ist die Frage: wie erfahren wir, wie viel Grad ein Winkel hält? Dieß sollt ihr jetzt lernen. Wißt ihr noch, wie viel Grad der Bogen B C (Tab. IV.) hält? K. Fünf.

L. Und wie viel Grad hat der Winkel B A C? K. Auch fünf.

L. Und wie viel Grade von der ganzeu Kreislinie kämen zwischen die Schenkel eines Winkels zu liegen, der den 5ten Theil von B A C betrüge? K. Einer.

L. Und wie viel Grade von der Kreislinie liegen zwischen den Schenkeln des Winkels B A D, welcher gerade 10 Grade hält? K. Zehn.

L. Merkt ihr nun nicht, womit die Zahl der Grade eines Bogens, der aus der Spitze eines Winkels beschrieben ist, und zwischen seinen beyden Schenkeln liegt, immer übereinstimmt? K. Mit der Zahl der Grade, die dieser Winkel hat.

L. Richtig! Und auch umgekehrt: so viel ein Bogen, welcher aus der Spitze eines Winkels beschrieben ist, und zwischen seinen Schenkeln liegt, Grade hat, so viel hat auch der Winkel Grade, d. h. so viel Mahl enthält er den 90sten Theil eines rechten Winkels. Wenn ich also erfahren wollte, wie viel z. B. dieser Winkel (fig. 43) Grade hat, so dürfte ich nur aus seiner Spitze eine Kreislinie beschreiben, welche durch seine beyden Schenkel gienge, nämlich so (die Kreislinie beschreibend), diese mit dem Zirkel in 360 gleiche Theile

theilen und sehen, wie viel solcher Theile auf den Bogen x u fielen. Fielen ihrer z. B. 25 darauf, so würde ich sagen können: der Winkel hat 25 Grad. Kann mir jetzt eins von euch sagen, wie man erfahren kann, wie viel Grade ein Winkel hat. K. Man kann dieses erfahren, wenn man aus seiner Spitze eine Kreislinie etc.

L. Aber scheint dieses Geschäft, nämlich das Abtheilen einer Kreislinie in 360 gleiche Theile nicht einige Schwierigkeiten zu haben? K. Ja.

L. Worin lägen denn diese wohl? K. Darin, daß man nicht gleich weiß, wie groß man einen Theil machen soll.

L. Freylich. Dieß müßte man erst durch viele Versuche finden, welches ungeheure Mühe machte und viel Zeit kostete. Hievon könnt ihr euch am besten überzeugen, wenn ihr einen Versuch dieser Art macht. Um uns nun diese Mühe und Zeit zu ersparen, hat man künstliche Werkzeuge verschiedner Art verfertigt, mit denen man Winkel bequem messen kann. Diejenigen, deren man sich zum Messen solcher Winkel, welche man mit Bleystift etc. auf Papier etc. zeichnet, heißen **Transporteurs** oder **Winkelmesser**. Ein solches Werkzeug besteht, wie ihr hier seht*), aus einem messingen Halbkreise, welcher auf einem kleinen Liniale aufsteht, dessen innere Kante (Schärfe) als der Durchmesser des Kreises gedacht werden muß. Da, wie ihr wißt, jede

*) Es versteht sich, daß der Lehrer einen Transporteur vorzeigt.

jede Kreislinie in 360 Grad getheilt wird, so kommen auf die Hälfte derselben 180 Grad. Und in so viel Grade ist dieser Halbkeis durch die kleinen hier am Rande befindlichen Striche abgetheilt. Je 5 und 5 Grad sind mit einem etwas längern und je 10 und 10 mit einem noch längern Striche bemerkt. Da man wegen Mangel des Raums nicht zu jedem Grade eine Ziffer setzen kann, so hat man sie nur zehendweise numerirt. Mit der obern Reihe der Ziffern werden die Grade von 1 — 180 von der Linken zur Rechten, mit der untern Reihe werden sie von der Rechten zur Linken gezählt. Wozu diese Einrichtung diene, werdet ihr beym Gebrauch dieses Instruments am besten sehen. Auf dem Durchmesser (dem kleinen Liniale) ist durch einen kleinen Einschnitt der Mittelpunct bemerkt. Der Gebrauch dieses Instruments ist nun folgender. (Hier zeige man, wie man durch Hülfe eines Transporteurs so wohl Winkel messen als auch welche von bestimmter Größe verzeichnen kann.) Da nicht jeder Winkel mit lauter ganzen Graden gemessen werden kann, so hat man wie bey den Bogen Unterabtheilungen gemacht, in dem man den Grad in 60 Minuten, und die Minute in 60 Secunden getheilt hat. Es kann also z. B. ein Winkel 20 Grad und 30 Minuten d. i. $20\frac{1}{2}$ Grad, oder 36 Grad, 20 Minuten und 5 Secunden halten. Ein Instrument, worauf die Grade auch in Minuten und diese in Secunden abgetheilt sind, muß weit größer als unser Transporteur seyn.

Einige Uibungen im Messen und Verzeichnen von Winkeln von bestimmter Größe, und im Theilen gegebner Winkel durch Hülfe des Augenmaßes.

L. Hier gebe ich jedem ein Blatt Papier, worauf eine Menge Winkel, so wohl spitzige als stumpfe verzeichnet sind, mit dem Auftrage, jeden derselben mit dem Transporteur zu messen und die Grade die er enthält, dazu zu schreiben. Ist dieß geschehen, so verzeichne mir jeder 12 Winkel, wovon der erste 5, der zweyte 12, der dritte 18 u. s. w. Grad enthält.

Nun übe man die Kinder, sowohl im Ausmessen als im Verzeichnen von Winkeln, die eine gegebene Anzahl Grade enthalten, damit sie in diesem Geschäfte Fertigkeit bekommen. Sollten sie auch davon in ihrem Leben keinen Gebrauch machen, so ist es doch sehr gut, wenn man in der Jugend gewöhnt wird, seine Geschäfte mit Accuratesse zu verrichten, weil Gewohnheit leicht zur andern Natur wird.

L., (welcher an der Tafel einen rechten Winkel verzeichnet und zwischen seinen Schenkeln einen Bogen gezogen hat). Wer getraut sich diesen Bogen ohne Zirkel, also bloß nach dem Augenmaße, in zwey gleiche Theile zu theilen? K. (versuchen dieß, und der Lehrer prüft und berichtigt am Ende ihre Theilung mit dem Zirkel.)

L. Wie viel Grade muß dieser Bogen haben, da dieß ein rechter Winkel ist? K. Neunzig.

L. Wie viel muß also jede Hälfte desselben haben? K. Fünf und vierzig.

L. Jetzt zieht vom Scheitel dieses Winkels nach den Theilungspunct im Bogen eine gerade Linie. K. (zieht.)

L. Jetzt haben wir zwey Winkel, und der Bogen, der zwischen den Schenkeln eines jeden derselben steht, ist sein Maß: wie viel Grad hält also jeder dieser Winkel? K. Fünf und vierzig.

L. Woher wißt ihr denn, daß jeder dieser Winkel 45 Grad hält, d. h. 45 Mahl so groß als dieser kleine Winkel (VAX Tab. IV.) ist? K. Daher weil der Bogen, welcher zwischen den beyden Schenkeln eines jeden steht und aus dem Scheitel beschrieben worden ist, 45 Grad hat.

L. Ihr habt also gemerkt, daß die Anzahl der Grade eines Bogens, welcher zwischen den Schenkeln eines Winkels liegt, und aus seinem Scheitel beschrieben worden ist, auch die Anzahl der Grade eines Winkels anzeigt. Wie verhält sich denn wohl jeder dieser Winkel zum rechten? K. Jeder ist die Hälfte von ihm.

L. Da hätten wir also jetzt einen Winkel halbirt. Wer kann mir das Verfahren, welches wir dabey beobachtet haben, angeben? K. Wir haben aus dem Scheitel des (zu halbirenden) Winkels einen Bogen zwischen seinen beyden Schenkeln beschrieben, diesen Bogen halbirt *) und vom Scheitel des Winkels

*) Von dem Unterschiede zwischen mechanischen und geometrischen Halbiren eines Winkels rc. kann erst in der Folge die Rede seyn.

kels durch den Halbirungspunct im Bogen eine gerade Linie gezogen.

L. Auf diese Weise sollt ihr, um euer Augenmaß zu üben, eine Zeitlang Winkel halbiren. Hier ist ein Winkel von 60 Grad, wer getraut sich ihn zu halbiren? K. (halbirt.)

L. Wie viel Grad hat jeder der beyden kleinern Winkel, die ihr durch das Halbiren des größern bekommen habt? K. Dreyßig Grad.

L. Hier ist ein Winkel von 100 Grad, wer halbirt ihn?

Auf diese Weise lasse man vorgegebene Winkel, deren Gradzahl man alle Mahl angiebt*), in zwey, dann in drey ꝛc. gleiche Theile theilen. Der gezogene Bogen wird immer erst nach dem Augenmaße getheilt und dann erst die Theilung mit dem Zirkel geprüft und berichtigt. Nach dieser Uibung lasse man 2, 3 ꝛc. gleiche Winkel zusammen setzen und in einen einzigen verwandeln. Man gebe z. B. den Winkel EDB (fig. 17) und lasse die Kinder an diesen noch einen von gleicher Größe setzen, so daß der daraus entstehende CDB noch Ein Mahl so groß als der gegebene EDB werde. Dieses Theilen und Vereinigen verschiedener Winkel betrachte ich nicht bloß als Mittel das Augenmaß zu üben, sondern auch als eine sehr gute Vorbereitung auf manche der künftigen Lectionen, wo das Kind Winkel von einander subtrahiren, oder zueinander addiren muß.

L., (wel-

*) Weil dieß eine Vorbereitung zur folgenden Uibung, die Größe der Winkel nach dem Augenmaße zu schätzen, seyn soll.

L., (welcher Nro. 8 zur Hand nimmt.) Hier mit diesem Werkzeuge, welches ich Winkelscheibe nenne, und womit ich sehr geschwind und bequem Winkel von jeder Größe bilden kann, will ich jetzt allerley Winkel, bald von dieser bald von jener Gradezahl bilden, und ihr sagt mir dann immer, wie groß ihr jeden schätzt. — Nun! wie viel Grad mag dieser Winkel (einen bildend) haben? K. (schätzen ihn und der Lehrer sagt, ob sie richtig geschätzt, oder zu viel oder zu wenig Grade angegeben haben und läßt ihn im letztern Falle wieder schätzen.)

L. Nun habt ihr beynahe (wirklich) die Zahl seiner Grade getroffen. Jetzt zeichnet diesen Winkel, der, wie ihr jetzt wißt, 60 rc. Grad hat, durch Hülfe des Augenmaßes auf euren Schiefertafeln nach. — So! Nun messe jeder diesen erst verzeichneten Winkel mit seinem Transporteur und sehe, ob er die verlangte Größe hat oder nicht. K. (messen.)

L. Fritz rc. was hast du durch dein Messen jetzt gefunden? K. Ich habe gefunden, daß mein Winkel um 3 rc. Grad zu groß (klein) ist (die rechte Größe hat).

L. (einen andern Winkel bildend). Wie groß mag dieser Winkel seyn? K. (schätzen ihn.)

L. Nun zeichnet erst einen Winkel nach, der diesem gleich, dann einen, der doppelt so groß ist. K. (zeichnen, prüfen und sagen, was sie durch ihre Prüfung gefunden haben.)

Diese

Diese Uibung wird oft wiederhohlt, wobey man die Oeffnung der Schenkel bald aufwärts, bald abwärts richten muß.

---

o) Wenn sagt man: Gerade Linien oder Flächen oder Winkel decken einander?

L., (welcher die mit Nro. 3. bezeichneten Dreyecke dergestalt auf einander legt, daß sie nicht einander decken.) Diese beyden Körper wollen wir uns jetzt ohne Dicke, folglich als Flächen denken. Nun sagt mir, ob denn wohl jetzt diese Flächen so auf einander liegen, daß alle Grenzen der einen auf die Grenzen der andern fallen? K. Nein.

L. Was verneint ihr jetzt? K. Daß diese Flächen so auf einander liegen, daß die Grenzen der einen auf die Grenzen der andern fallen.

L. Seht doch einmahl, ob ihr sie nicht so auf einander legen könnt, daß die Grenzen der einen ganz genau auf die Grenzen der andern treffen. K. (legen beyde Triangel so auf einander, daß sie einander decken.)

L. Jetzt liegen diese Flächen ganz anders auf einander, als vorhin. Könnt ihr mir sagen, wie sie jetzt auf einander liegen? K. Sie liegen so auf einander, daß alle Grenzen der einen auf den Grenzen der andern liegen.

L. Seht doch, ob ihr diese Flächen (Nro. 1 und Nro. 2.) auch so auf einander legen könnt, daß alle ihre

ihre Grenzen genau auf einander fallen. K. (finden, daß dieses nicht angeht.)

L. Ihr seht also, daß bey diesen Flächen ein gewisser Fall nicht Statt finden kann, welcher bey diesen (den erstern) beyden Statt findet: was ist das für ein Fall? K. Der, daß man sie nicht so auf einander legen kann, daß alle ihre Grenzen auf einander fallen.

L. Um das, was ihr jetzt so wohl von den erstern als letztern beyden Flächen behauptet habt, anzuzeigen, bedient man sich eines besondern Ausdrucks. Von den erstern beyden sagt man nämlich: sie decken (bedecken) einander, und von den letztern beyden: sie decken einander nicht. Jetzt will ich diese beyden (Nro. 3.) Dreyecke so an einander legen, daß sie ein Quadrat bilden, und wir wollen beyde für Eine Fläche halten. Wenn ich nun diese Fläche (ein in Bereitschaft liegendes Quadrat von Pappe oder Papier ausgeschnitten, welches dem aus Nro. 3. gebildeten gleich ist,) so auf diese hier (Nro. 3.) legen könnte, daß die Grenzen der einen ganz genau auf die Grenzen der andern träfen, welchen besondern Ausdruck könnte ich dann von ihnen gebrauchen? K. Sie (Beyde Flächen) decken einander.

L. Richtig! Nun seht einmahl, ob sie einander decken. — Nun was bemerkt ihr? K. Daß sie einander decken.

L. Wenn kann man denn von zwey Flächen behaupten, daß sie einander decken? K. Wenn man sie so auf einander legen kann, daß die Grenzen der einen ꝛc.

L. Hier habe ich mehrere Stücke Pappe ꝛc. (es sind verschiedne, sowohl gleiche als ungleiche Dreyecke, Quadrate, Rauten ꝛc.), die wir für lauter Flächen ansehen wollen, sucht und legt mir diejenigen von ihnen zusammen, welche einander decken, und diejenigen, welche einander nicht decken. K. (thun dieses.)

L. Sagt mir doch wieder, wie die Grenzen der Linien heißen. K. Puncte.

L. Wenn ich nun zwey gerade Linien so auf einander legen könnte, daß die Endpuncte, also die Grenzen der einen, gerade auf die Grenzen der andern fielen, was für einen Ausdruck könnte ich wohl dann auch von ihnen gebrauchen? K. Sie decken einander.

L. Recht! Das kann ich auch von geraden Linien, welche die angegebene Beschaffenheit haben, sagen. Wir wollen diese beyden Stäbe (Nro. 5) als gerade Linien ansehen, sie also ohne Dicke und Breite denken und untersuchen, ob wir sie so auf einander legen können, daß die Endpuncte der einen gerade auf die Endpuncte der andern fallen. Fritz soll diese Untersuchung anstellen. — Nun! decken diese beyden Linien einander oder nicht? K. Sie decken einander.

L. Die Grenzen der Flächen dieser Körper (Nro. 1 und 2) sind, wie ihr wißt, Linien, und zwar können sie uns für gerade Linien gelten. Diese Linie (auf irgend eine Kante von Nro. 1 zeigend) kann ich nicht so auf diese legen (auf eine Kante von Nro. 2 zeigend), daß die Endpuncte von beyden

den auf einander fallen, was kann ich daher von diesen beyden Linien nicht behaupten? K. Daß sie einander decken.

L., (der zwey gerade gleiche Linien A und B an die Tafel verzeichnet hat.) Wenn ich die Linie A etwa wie einen Faden abnehmen und sie auf B legen könnte, so könnte ich sie so legen, daß ihre Endpuncte gerade auf die Endpuncte von B zu liegen kämen: was kann ich daher von beyden Linien behaupten? K. Daß sie einander decken.

L. Gut! Da ich in der Folge sehr oft von zwey solchen Linien an der Tafel sagen werde: sie decken einander, so behaltet fein den Sinn dieses Ausdrucks recht gut. — Hier habe ich zwey Winkel, (die man mit den Stäben Nro. 5 bildet) welche ich, wie ihr seht, so auf einander legen kann, daß zwar beyder Scheitel und Schenkel auf einander, aber nicht die Endpuncte der Schenkel des einen auf die Endpuncte der Schenkel des andern fallen. Meynt ihr wohl, daß diese beyden Winkel einander decken? K. Nein.

L. Warum meynt ihr denn nicht, daß sie einander decken? K. Weil die Endpuncte der Schenkel des einen nicht auf die Endpuncte der Schenkel des andern fallen.

L. Nach dem bisher Gelernten muß es euch allerdings scheinen, als wenn auf den letzten Umstand etwas ankäme. Allein dieß Mahl trügt euch der Schein. Wenn Winkel einander decken sollen, so dürfen sie nur so beschaffen seyn, daß man sie so auf einander legen kann, daß ihre Scheitel und

Schenkel gerade auf einander fallen, die Endpuncte der Schenkel des einen mögen hiebey auf die Endpuncte der Schenkel des andern treffen oder nicht. Nun sagt mir, ob diese beyden Winkel einander decken oder nicht. K. Sie decken einander.

L. Was will aber der Ausdruck sagen, wenn man ihn von Winkeln braucht? K. Ein Paar Winkel sind so beschaffen, daß man sie so auf einander legen kann, daß ihre Scheitel und Schenkel auf einander fallen.

L. Gut! (Ein Paar gleiche Winkel aber mit ungleichen Schenkeln an die Tafel zeichnend.) Diese zwey Winkel haben die erst von euch angegebene Beschaffenheit: was kann ich deßhalb von ihnen behaupten? K. Daß sie einander decken.

L. Aber sie liegen doch nicht, wie diese zwey hier (die von den Stäben gebildeten) auf einander? K. Das thut nichts. Man sagt schon: zwey Winkel decken einander, wenn sie so beschaffen sind, daß man sie so auf einander legen kann, daß Scheitel und Schenkel auf einander fallen.

L. Richtig! Wenn ich also spreche: diese Winkel, oder diese Flächen oder Linien decken einander, so müßt ihr sie euch nicht auf einander liegend vorstellen, sondern dabey nur denken, daß sie so beschaffen sind, daß man sie entweder wirklich oder in Gedanken dergestalt auf einander legen kann, daß bey Winkeln Scheitel und Schenkel, bey Flächen und Linien alle Grenzen auf einander fallen.

p) Wenn sagt man: Körper oder Flächen oder Linien sind einander gleich?

L. Wißt ihr wohl noch, wornach man die Größe eines Körpers beurtheilt? K. Nach den mehrern oder mindern Raum, den er einnimmt.

L. Gut! Wenn ich nun zwey Körper, ich will sie A und B nennen, hätte, wovon der eine, nämlich A, gerade so viel Raum einnähme, als der andere, den wir B nennen, welcher von beyden wäre wohl der größere? K. Da wäre keiner größer. (Da wäre einer so groß als der andere.)

L. Um anzuzeigen, daß von zwey Dingen das eine so groß als das andere ist, bedient man sich eines gewissen euch schon längst bekannten Wortes: wem fällt es ein? K. Gleich.

L. Ganz recht! Diese zwey Dinge sind einander gleich heißt also —? K. Diese zwey Dinge haben einerley Größe. (Von diesen zwey Dingen ist das eine so groß als das andere.)

L. Richtig! Nun sagt mir, ob euch diese zwey Körper (Nro. 3) einander gleich zu seyn scheinen oder nicht? K. Sie scheinen einander gleich zu seyn.

L. Sie sind auch wirklich einander gleich. Gesetzt nun, ich tauchte von beyden Dreyecken eins um das andere ganz ins Wasser, so würde jedes eine gewisse Menge davon aus der Stelle treiben. Aber welches würde wohl die größere Menge Wassers aus der Stelle treiben? K. Es würde das eine gerade so viel als das andere aus der Stelle treiben.

L. Warum glaubt ihr dieses? K. Weil sie einander gleich sind. (Weil das eine so groß als das andere ist.

L. Freylich! Gleiche oder gleich große Körper müssen, weil sie gleiche Räume einnehmen, gleich viel Wasser aus der Stelle treiben, wenn sie ganz in dasselbe getaucht werden. Jetzt lege ich diese beyden Dreyecke so zusammen, daß sie nur ein einziges (gleichschenklichtes) bilden. Sagt mir nun, ob ihr diesen (aus den zwey Dreyecken gebildeten) und diesen Körper (Nro. 1) für gleich groß haltet oder nicht. K. —

L. Es wird euch schwer, dieses zu beurtheilen, weil die Gestalt beyder Körper verschieden ist. Ich will euch daher nur sagen, daß der eine dieser zwey Körper so viel Wasser aus der Stelle treiben würde, als der andere, wenn man beyde ganz in dasselbe tauchte. Nun sagt mir, welcher von ihnen der größere ist. K. Es ist einer so groß als der andere.

L. Woraus schließt ihr dieses? K. Weil sie gesagt haben, daß der eine von ihnen so viel Wasser ꝛc.

L. Richtig! Diese beyden Körper sind einander ganz gleich. Denn wenn ich den längern, welcher vier Zoll lang und einen Zoll breit ist, in der Mitte von einander schnitte und beyde Hälften neben einander legte, so würden sie zusammen gerade einen solchen viereckigten Körper von zwey Zoll Länge und zwey Zoll Breite bilden wie diese zwey Dreyecke (Nro. 3) vorhin bildeten, und da die Dicke bey beyden einerley ist, so müssen natürlich beyde Körper

gleich

gleich groß seyn. Schnitte ich dann diese zwey (aus Nro. 1 gemachten) Hälften auch so von einander, daß ich zwey rechtwinklichte Dreyecke bekäme, und setzte sie nachher so zusammen, wie diese beyde (Nro. 3), so hätte ich zwey Körper von einerley Gestalt und Größe. Also dieser länglich viereckigte Körper (Nro. 1) und dieser Dreyeckigte (aus Nro. 3 gebildete) haben einerley Größe. Nun sagt mir, ob zwey Körper, wenn sie gleich groß seyn sollen, auch einerley Gestalt haben müssen oder nicht. K. Sie müssen nicht einerley Gestalt haben.

L. Freylich nicht. Ich will dieß noch durch ein Beyspiel bestätigen. Hier habe ich z. B. zwey Stücke Papier (es sind zwey gleich große Quadrate), die, wie ihr seht, einander ganz gleich sind. Nun will ich das eine so von einander schneiden (man schneide es nach der Diagonallinie) und beyde Stücke dann so an einander legen. (Man lege sie so, daß sie Verticalwinkel bilden.) Die Gestalt, welche jetzt dieser Körper hat — wir denken uns nämlich beyde Stücke an ihren Spitzen vereinigt — ist von der vorigen sehr verschieden. Ist er aber dadurch, daß ich ihm diese Gestalt gab, um etwas vermindert (kleiner gemacht) worden? K. Nein.

L. Vorhin waren beyde Stücke Papier gleich: wie verhalten sie sich jetzt zu einander, da die Gestalt des einen verändert worden ist. K. Sie sind noch einander gleich.

L. Richtig! Wenn nun eine Kugel und ein kegelförmiges Stück Holz gleich viel Raum einnähmen, also gleich viel Wasser aus seiner Stelle trei-

 ben,

ben, wenn man sie in dasselbe **ganz** eintauchte, wie müßten sie sich da zu einander verhalten? K. Sie müßten einander gleich seyn.

L. Jetzt wollen wir einmahl diese zwey viereckigten Stücke Papier (die beyden Dreyecke wieder so an einander legend, daß sie wieder ein Quadrat bilden) als bloße Flächen ansehen, an ihre Dicke also gar nicht denken. Beyde Flächen nehmen einerley Raum ein, d. h. die eine von ihnen ist durchaus eben so weit in die Länge und Breite ausgedehnt, als die andere, sie sind also auch einander —? K. Gleich.

L. Nun verändere ich aber das Quadrat wie vorhin wieder in diese Figur (die zwey Dreyecke wieder wie vorhin legend, daß sie Scheitelwinkel bilden). Ist dadurch an Flächenraum etwas verlohren gegangen? K. Nein.

L. Wie müssen sich also beyde Flächen, nämlich das Quadrat hier und diese zwey an einander gefügten Dreyecke zu einander verhalten? K. Sie müssen einander gleich seyn.

L. Richtig! Wenn also zwey Flächen ihre Figur mag seyn, welche sie will, einerley Raum einnehmen, so sind sie —? K. Einander gleich.

L. Diese Fläche (auf eine der breiten Flächen von Nro. 1 zeigend) nimmt einen eben so großen Raum ein, als diese hier (auf Nro. 3 zeigend, welche beyde Dreyecke auch so an einander liegen, daß sie Verticalwinkel bilden): was können wir deßhalb von beyden Flächen behaupten? K. Daß sie einander gleich seyn.

L. Wenn nun eine Linie gerade so weit ausgedehnt wäre, als eine andere, was könnte man denn wohl von diesen beyden Linien behaupten? K. Daß sie einander gleich wären.

L. Richtig! Jetzt sagt mir, wenn man zwey Körper, oder zwey Flächen, oder zwey Linien einander gleich nennen darf. K. Wenn der Raum, den jedes Paar der genannten Dinge einnimmt, gleiche Größe hat.

L. Müssen denn wohl gleiche Körper und Flächen immer einerley Figur haben? K. Nein.

L. Können gleiche Körper und Flächen einerley Figur haben? K. Ja.

L. Nun merkt auch: So wie z. B. Flächen von verschiedener Figur einander gleich seyn können, so kann auch eine krumme Linie einer graden gleich seyn. Nun sagt mir aber doch noch, wenn man ein paar Winkel einander gleich nennen darf. K. Wenn in gleicher Entfernung vom Scheitel die Schenkel des einen so weit von einander entfernt sind, als die Schenkel des andern.

L. Aber müssen nicht auch zu gleich die Schenkel des einen so lang als die Schenkel des andern? seyn? K. Nein.

L. Freylich nicht. Denn die Länge der Schenkel trägt ja, wie ihr wißt, nichts zur Größe eines Winkels bey. — — Jetzt will ich einmahl wieder zu verschiednen Sätzen immer nur den Anfang vorsagen, und ihr sollt sie ergänzen. Ich will sehen, wer das Fehlende am geschwindesten ersetzen

 kann.

kann. Wenn dieser Tisch und diese Thüre einerley Raum einnähmen — K. So wären beyde Körper einander gleich.

L. Weil dieser Triangel so viel Raum einnimmt als dieses Quadrat — K. So sind beyde Figuren einander gleich.

L. Obgleich zwey Körper nicht einerley Gestalt haben — K. So können sie doch einander gleich seyn (einerley Größe haben).

L. Derjenige, welcher behauptet, daß eine gerade Linie einer krummen nicht gleich seyn könne — K. Der irrt sich. (Der behauptet etwas Falsches.)

L. Wenn ein Würfel, welchen ich in ein mit Wasser ganz angefülltes Glas werfe, eben so viel Wasser aus demselben heraustreibt, als eine Kugel, die ich hinein werfe — K. So müssen beyde Körper gleich viel Raum einnehmen, also einander gleich seyn.

L. Wenn der Würfel A beynahe so viel Wasser aus seiner Stelle treiben kann als die Kugel B — K. So ist er beynahe so groß als die Kugel.

---

q) Aehnlich.

L., (welcher zwey gerade Linien von verschiedner Länge, einen größern und einen kleinern Kreis und zwey Winkel, wovon der eine etwa 30, der andere 60 Grad hält, deren vier Schenkel aber gleich lang sind, und deren Oefnungen nach Einer Gegend hin stehen, an die Tafel gezeichnet hat.) Was für einen

nen Unterschied bemerkt ihr wohl zwischen diesen beyden Linien? K. Die eine ist länger als die andere.

L. Könnt ihr, ihre Größe ausgenommen, sie noch durch ein Merkmahl unterscheiden? K. Die eine steht links die andere rechts *).

L. Das ist wahr. Aber auf den Ort, wo unsere Zeichnungen an der Tafel stehen, wollen wir nie Rücksicht nehmen. Sagt mir also noch Ein Mahl, durch welche Merkmahle ihr beyde Linien von einander unterscheiden könnt. K. Bloß durch ihre Größe (Länge).

L. Sie lassen sich auch weiter durch kein anderes Merkmahl von einander unterscheiden. Nun sagt mir doch, wodurch sich diese beyden Kreise von einander unterscheiden lassen. K. Auch nur durch ihre Größe.

L. Nicht auch durch ihre Figur? K. Nein.

L. Ihr habt Recht! Des einen Kreises Figur ist keine andere als die des andern. Aber durch welches Merkmahl könnt ihr diese zwey Winkel von einander unterscheiden? K. Auch nur durch ihre Größe.

L. Diese ist auch nur das einzige Unterscheidungs-Merkmahl dieser Winkel. Jetzt sagt mir noch, ob ihr diese zwey Körper (Nro. 9 und 10) durch ihre Größe oder durch ihre Gestalt von einander unterscheiden könnt. K. Durch ihre Größe.

L. (wel-

*) Ich setze diese Antwort hieher, weil ich sie schon von Kindern erhalten habe.

L., (welcher ein Quadrat, das gegen den vorhin gezeichneten größern Kreis gerechnet, klein ist, auch an die Tafel gezeichnet hat.) Können denn diese beyden Dinge (auf das Quadrat und den größern Kreis zeigend) auch nur allein durch ihre Größe unterschieden werden? K. Nicht dadurch allein.

L. Wodurch denn sonst noch? K. Durch ihre Figur.

L. Das ist richtig. Nunmehr werdet ihr mir wohl sagen können, ob es Dinge giebt oder nicht, welche man bloß durch ihre Größe von einander unterscheiden kann. K. Dergleichen Dinge giebt es freylich.

L. Nun so giebt es Dinge, die einander — aufgemerkt! ähnlich sind. Wer getraut sich wohl, mir geschwind zu sagen, was das heißt: zwey Dinge sind einander ähnlich? K. Das heißt: zwey Dinge lassen sich durch nichts als durch ihre Größe von einander unterscheiden.

L. Das ist recht! Sind wohl diese zwey Kreise einander ähnlich oder nicht? K. Sie sind einander ähnlich.

L. Warum behauptet ihr dieses? K. Weil sie bloß durch ihre Größe von einander unterschieden sind.

L. Sind denn diese beyden Dinge hier (auf das Quadrat und den großen Kreis zeigend) auch einander ähnlich. K. Nein.

L. War-

L. Warum nennt ihr sie nicht einander ähnlich? K. Weil man sie nicht bloß durch ihre Größe, sondern auch durch ihre Figur von einander unterscheiden kann.

L. Gut! Mit welchem Ausdrucke wollt ihr denn anzeigen, daß diese zwey Würfel (Nro. 9 und 10) durch nichts als durch ihre Größe von einander unterschieden sind? K. Mit diesem: sie sind einander ähnlich.

L., (welcher zwey gleiche und ähnliche Rechtecke rc. an die Tafel gezeichnet hat.) Hier seht ihr zwey Rechtecke rc., sagt, ob sie euch einander gleich oder ähnlich zu seyn scheinen. K. Sie scheinen einander gleich und ähnlich zu seyn.

L. Das sind sie wirklich. Könnt ihr mir wohl sagen, was der Ausdruck: diese zwey Rechtecke sind einander gleich und ähnlich, für einen Sinn hat? K. Das heißt: diese zwey Rechtecke lassen sich weder durch ihre Größe, noch durch ihre Gestalt unterscheiden (haben einerley Größe und Gestalt).

L. Gut! Diesen Sinn kann man auch mit einem fremden (lateinischen) Worte, nämlich mit dem Worte congruent ausdrücken. Nun sagt mir, ob Dinge, welche einander gleich sind, auch deßhalb einander ähnlich seyn müssen? K. Nein.

L. Aber Dinge die einander ähnlich sind, sind doch wohl auch einander gleich? K. Auch nicht.

L. Können aber gleiche Dinge nicht einander ähnlich, und ähnliche nicht einander gleich seyn? K. Das ist möglich.

L. Rich-

L. Richtig. Nun wißt ihr zwar, daß ähnliche Dinge ganz einerley Gestalt haben müssen, und bloß durch ihre Größe unterschieden werden können; allein ihr seyd doch noch nicht im Stande, mir von jeden zwey Figuren zu sagen, ob sie einerley Gestalt haben oder einander ähnlich sind oder nicht, weil ihr noch nicht wißt, auf welche Merkmahle es z. B. bey geradlinigten Figuren ankommt, wenn sie einander ähnlich seyn sollen. Wir wollen daher diese Merkmahle jetzt aufsuchen. Hier (fig. 44) sind zwey geradlinigten Figuren ABCD und abcd, auf deren Seiten Zahl wir vor allen Dingen sehen wollen. Wie viel Seiten hat jede! K. Vier.

L. Also haben beyde — was ich gleich hier an der Tafel auch bemerken will — 1) eine gleiche Anzahl von Seiten. Nun sagt mir, wie sich der Winkel A zu dem Winkel a zu verhalten scheint. K. Beyde Winkel scheinen einander gleich zu seyn.

L. Das sind sie, denn ich habe sie einander gleich gemacht. Wie mag sich aber der Winkel B zu dem Winkel b verhalten? K. Auch diese scheinen einander gleich zu seyn.

L. Und sind es auch wirklich. Dasselbe ist auch der Fall mit den Winkeln C und c, D und d. Nun haben wir ein zweytes Merkmahl, welches diese zwey Figuren mit einander gemein haben, aufgefunden: welches? K. In beyden sind die Winkel einander gleich.

L. Und zwar, was wohl zu merken ist, sind diese der Ordnung nach einander gleich. Wenn wir z. B. in der ersten Figur die Winkel in der

der Ordnung A B C D oder D C B A oder D B A C betrachten, so finden wir, wenn wir in der andern Figur die Winkel in der nämlichen Ordnung betrachten, daß die mit einerley Buchstaben bezeichneten immer einander gleich sind. So ist D gleich d, und B, welcher D gegen über steht, ist gleich b, welcher d gegen über steht u. s. w. Ich will daher an unserer Tafel bemerken: 2) die Winkel in beyden Figuren sind der Ordnung nach einander gleich. — Jetzt will ich einmahl der Kürze wegen jede Seite dieser zwey Figuren mit einem einzigen Buchstaben benennen. (Man schreibe an die Seiten die Buchstaben M N O P und m n o p.) Könnt ihr mir nun von jeder Figur zwey Seiten nennen, welche gleiche Winkel einschließen? K. (sagen z. B.) P und O in der einen und p und o in der andern schließen gleiche Winkel ein.

L. Richtig! Nun will ich einmahl (mit dem Zirkel) untersuchen, in welchem Verhältniße die Seiten P und O zu einander stehen. — Da finde ich, daß P in O gerade zwey Mahl enthalten ist. Jetzt will ich diese Untersuchung auch mit den Seiten p und o anstellen. — Da finde ich, daß auch p in o gerade zwey Mahl enthalten ist. Nun haben wir hier zwey Verhältniße, die ich an der Tafel bemerken will, nämlich P : O und p : o. Bey welchen Buchstaben ihr euch diese vier Linien da (hinzeigend) denken müßt. Sind diese Verhältniße einander gleich oder nicht. K. Sie sind einander gleich.

L. So wollen wir dieses mit dem Gleichheitszeichen folgender Massen bemerken: P : O = p : o.

Wie

Wie nennen wir diese zwey mit dem Gleichheitszeichen verbundenen Verhältniße? K. Eine Proportion.

L. Wie lautet diese Proportion? K. P verhält sich ꝛc.

L. Woran müssen wir hier bey diesen Buchstaben denken? K. An Seiten der zwey an der Tafel verzeichneten Figuren.

L. Und zwar an Seiten, welche in beyden Figuren gleiche Winkel einschließen. Da nun diese Seiten, welche die gleichen Winkel einschließen, eine Proportion ausmachen, so können wir sprechen: die Seiten, welche die gleichen Winkel D u. d einschließen, sind einander p r o p o r t i o n a l. Dieses ist aber nicht bloß der Fall bey den Seiten, welche die Winkel D und d, sondern auch bey denen, welche die Winkel A und a, B und b, C und c einschließen. Denn die Seite P verhält sich zur Seite M gerade so wie p zu m; und M : N = m : n und N : O = n : o. Wir können daher noch an die Tafel schreiben: 3) Die Seiten, welche gleiche Winkel in beyden Figuren einschließen, sind einander proportional. Könnt ihr mir jetzt die drey Merkmahle, die wir an diesen Figuren aufgefunden haben, angeben? K. (lesen die drey an der Tafel bemerkten Sätze erst ab und sagen sie dann auswendig.)

L. Diese drey gemeinschaftlichen Merkmahle zweyer geradlinigter Figuren muß man sich denken, wenn man spricht: zwey geradlinigte Figuren sind einander ähnlich. Fehlt nur eins derselben, so findet

det keine Aehnlichkeit — in dem Sinne, wie wir dieses Wort hier nehmen — Statt. Ich sage mit Fleiß: in dem Sinne ꝛc., weil wir mit dem Worte ähnlich auch anzeigen, daß irgend ein Merkmahl zweyen Dingen zugleich zugehöre. In diesem Sinne kann ich z. B. sagen: ein Dreyeck ist einem Quadrate darin ähnlich, daß beyde von geraden Linien begrenzt werden, oder: ein Rechteck ist einem Quadrate darin ähnlich, daß beyde vier rechte Winkel haben. Um anzuzeigen, daß wir das Wort ähnlich nicht in diesem letztern, sondern in dem erstern Sinne nehmen, wobey wir nämlich an diese drey hier an der Tafel bemerkten Eigenschaften denken, sagen wir: diese zwey Figuren sind einander geometrisch ähnlich. So ist z. B. diese Figur (fig. 45) diesen beyden hier (fig. 44) darin ähnlich, daß sie auch ein Rhomboides ist, folglich vier schiefe Winkel ꝛc. hat; aber eine geometrische Aehnlichkeit findet zwischen beyden nicht Statt. Könnt ihr mir wohl sagen, warum diese nicht Statt findet? K. Weil die Winkel in der letztern Figur denen in einer der übrigen beyden nicht gleich sind.

L. Wenn ich aber die Winkel in der letztern Figur denen in dieser hier (auf den größern Rh. (fig. 44) zeigend) gleich machte? K. Dann hätten doch die Seiten, welche in beyden Figuren gleiche Winkel einschließen, noch nicht einerley Verhältniß.

L. Richtig! — In der Folge werden wir noch mehr über die Aehnlichkeit geradlinigter Figuren sprechen, und ich werde euch Gelegenheit geben ähnliche Figuren dieser Art zu zeichnen.

Nun will ich euch wieder verschiedene Sätze dictiren, über die ihr mir eure Meynung wie neulich auch wieder schriftlich sagt.

Je weiter ein Kreis von seinem Mittelpuncte absteht *), desto größer ist der Halbmesser desselben.

Eine Figur, welche von einer einzigen krummen Linie eingeschloßen wird, ist ein Kreis.

In einem Kreise können nicht zwey oder drey verschiedene Puncte gleichweit **) von der Peripherie entfernt, aber sein Durchmesser kann eine Linie seyn, deren Theile nicht alle nach Einer Gegend zu liegen.

Wenn man in einem Kreise zwey gerade Linien zieht, so entsteht ein Kreisausschnitt.

Ein Kreisabschnitt muß wenigstens ***) von zwey Linien begrenzt werden.

Wenn man eine Kreislinie, welche einen Kreis begrenzt und von seinem Mittelpuncte überall gleich weit entfernt ist, in gleiche Theile eintheilt, so heißen die dadurch entstehenden Bogen Grade.

Ein

*) Nicht der Kreis, wohl aber die Kreislinie kann mehr oder weniger vom Mittelpuncte entfernt seyn.

**) Ein Punct A kann von der Peripherie so weit abstehen als ein anderer Punct B.

***) „wenigstens" ist hier überflüßig, denn dieß Wort setzt voraus, daß ein Kreisabschnitt auch von mehr als zwey Linien könne begrenzt werden.

Ein Maßstab ist ein Stück Holz, womit man die Länge gewisser Körper mißt.

Wer einen Winkel messen will, der darf nur untersuchen, wie lang seine Schenkel sind, und wie viel Zoll oder Linien rc. der Bogen hält, welcher zwischen ihnen beschrieben ist.

Wenn man Linien, Flächen und Winkel auf einander legen kann, so sagt man: sie decken einander.

Wenn von zwey Körpern der eine länger als der andre ist, so können sie einander nicht gleich seyn.

Wenn von zwey Körpern der eine so lang und dick als der andere ist, so müssen sie einander gleich seyn.

Wenn zwey Figuren ein gemeinschaftliches Merkmahl haben, so sind sie einander geometrisch ähnlich.

Zwey Figuren von gleicher Seiten-Zahl sind alle Mahl einander geometrisch ähnlich.

---

r) Willkührliche Zeichen.

1. Da in der Geometrie gewisse Ausdrücke z. B. folgende: ist gleich, ist ähnlich, ist gleich und ähnlich rc. sehr häufig vorkommen, so hat man Statt ihrer beym schriftlichen Vortrage besondere Zeichen gewählt, weil es bequemer ist, diese zu zeichnen, als ganze Wörter hinzuschreiben. Diese Zeichen will ich

nun an die Tafel schreiben und euch mit ihrer Bedeutung bekannt machen.

$=$ Dieß ist das Zeichen der Gleichheit, wie ihr schon aus der Rechenkunst wißt, und wenn von diesen Figuren (fig. 44) die Rede wäre und ich schriebe: $AD = BC$, so hieße das: die Seite AD ist gleich der Seite BC.

$\sim$ Dieß ist das Zeichen der Aehnlichkeit, und wenn wir diese zwey Rhomboides (fig. 44) PN und pn nennen wollten und so schrieben $PN \sim pn$, so müßten wir lesen: der Rhomboides PN ist ähnlich dem Rhomb. pn.

$\cong$ Da hier die zwey vorhergehenden Zeichen vereinigt sind, so könnt ihr leicht selbst vermuthen, was man damit anzeigen will. Was meynt ihr?
K. Gleich und ähnlich.

L. Richtig! Wenn diese zwey Figuren (fig. 44) auch einander gleich wären, so könnte ich schreiben $PN \cong pn$ und wir wüßten das mit Worten so ausdrücken: der Rhomboides PN ist gleich und ähnlich dem Rh. pn.

$>$ oder $<$ Dieß sind die Zeichen der Ungleichheit, wobey zu merken ist, daß die Oefnung alle Mahl gegen die größere und die Spitze gegen die kleinere Größe gekehrt seyn muß. $PN < pn$ heißt: der Rh. PN (fig. 44) ist kleiner als der Rh. pn, und $pn > PN$ heißt: der Rh. pn ist größer als der Rh. PN.

$+$ ist das Zeichen der Vermehrung und

— das

— das Zeichen der Verminderung; beyde sind euch aus der Rechenkunst hinlänglich bekannt.

∠ Dieses Zeichen bedeutet einen stumpfen Winkel.

∟ Dieses ist das Zeichen eines rechten Winkels.

△ Dieses ist das Zeichen eines Triangels △ ABC ≌ △ abc heißt: der Triangel ABC ist gleich und ähnlich dem Triangel abc.

□ Das Zeichen eines Quadrats.

▭ Das Zeichen eines Rechtecks.

° ′ ″ ‴ Ist vom Längenmaße die Rede, so heißt das erste dieser Zeichen Ruthe, das zweyte Fuß, das dritte Zoll, das vierte Linien. 64°, 8′, 5″, 6‴ heißt: 64 Ruthen, 8 Fuß, 5 Zoll und 6 Linien. Ist aber von dem Theilen eines Kreises die Rede, so muß man bey dem ersten dieser Zeichen an Grade, beym zweyten an Minuten, beym dritten an Secunden und beym vierten an Sechzigstel einer Secunde d. h. an Tertien denken. 68°, 54′, 12″, 58‴ heißt 68 Grad, 54 Minuten, 12 Secunden und 58 Tertien.

Die Bedeutung dieser Zeichen übe man den Kindern recht ein, indem man ihnen z. B. mehrmahls dictirt: der stumpfe Winkel ABC ist gleich dem st. Winkel abc, welches sie schreiben: ∠ ABC = ∠ abc u. s. w.

B) Forderungen.

L. Jeder, welcher Geometrie lernen will, muß beständig drey Regeln vor Augen haben, und nach ihnen handeln, so oft es ihm nützlich ist. Diese drey Regeln will ich jetzt an die Tafel schreiben und euch nachher Gelegenheit geben, sie zu befolgen.

1) Zwischen zwey Puncten ziehe eine gerade Linie.

2) Gerade Linien verlängere in gleicher Richtung oder schneide ein Stück davon ab, d. h. verkürze sie, und mache die eine Linie einer andern gegebenen gleich.

3) Aus gegebenen Puncten beschreibe mit einem gegebenen oder auch bisweilen mit einem beliebigen Halbmesser, Kreise.

Nun will ich erst sehen, wie viele von euch mir diese Regeln auswendig sagen können. Wer fängt an, mir sie zu sagen? K. (sagen her.)

L., (welcher zwey Puncte an der Tafel bemerkt). Welche von den drey Regeln können wir hier, da uns zwey Puncte gegeben sind, anwenden? K. Die erste.

L. Was für ein Werkzeug brauchen wir aber, um hier auf unserer Tafel oder auch auf dem Papiere, eine gerade Linie zu ziehen? K. Ein Lineal.

L. Nun, Carl, so nimm dieses Werkzeug und befolge jetzt unsere erste Regel. K. (zieht die Linie A B von fig. 46.)

L., (welcher den Punct C fig. 46. bemerkt.) Jede Linie hat ihre Endpuncte: wo uns also eine Linie gegeben ist, da sind uns auch zugleich zwey Puncte, näm-

nämlich ihre Endpuncte gegeben. Wenn ihr nun die zwey Endpuncte von A B und dem Punct C zusammen rechnet, wie viel sind uns nun Puncte gegeben? K. Drey.

L. Wie oft könnt ihr da die erste unserer Regel noch anwenden? K. Noch zwey Mahl.

L. Zwischen welchen zwey Puncten wollt ihr die erste, und zwischen welchen die zweyte gerade Linie ziehen? K. Zwischen A C und zwischen B C.

L. Fritz, thue du dieses. K. (thut dieß.)

L. Was für eine Figur haben wir jetzt durch die wiederhohlte Anwendung unserer ersten Regel zu Stande gebracht? K. Ein Dreyeck.

L. So werden wir öfters durch die Befolgung unserer Regeln bald die eine, bald die andere Figur zu Stande bringen, und diese wieder, wie ihr gleich sehen werdet, auf mancherley Weise verändern. Was verlangt unsere zweyte Regel? K. Daß wir ꝛc.

L. Könnten wir wohl diese Regel bey unserm Dreyecke, dessen Seiten lauter gerade Linien sind, anwenden? K. O ja!

L. Nun so wendet erst den ersten Theil derselben an, und verlängert eine Seite unsers Dreyecks. K. (verlängern z. B. die Seite A B nach D.)

L. Wie viel Winkel bilden jetzt alle diese Linien zusammen? K. Vier.

L. Vorhin hatten wir ihrer nur drey: was haben wir also durch Verlängerung der Seite A B neues bekommen? K. Einen Winkel.

L. Wenn es heißt: verkürzet eine Linie, so will man damit nicht sagen, daß man eine mit Kreide oder mit Dinte gezeichnete Linie zum Theil auslöschen, sondern nur, durch ein kleines Querstrichlein anzeigen soll, wo man sich ein Stück von ihr abgeschnitten zu denken habe. Wenn ich also auf die Seite B C ein solches Querstrichlein mache, so soll das heißen: hier soll ich mir die Linie entzwey geschnitten vorstellen. Wie nennt man aber die Stelle, wo eine Linie anfängt oder aufhört? K. Punct.

L. Was müßt ihr euch also hier bey x, wo ich die Linie als entzwey geschnitten (getheilt) vorstellen will, denken? K. Einen Punct.

L. Gut! Da, wo zwey Linien zusammen stoßen, ist uns auch ein Punct gegeben, oder, da müssen wir uns auch einen Punct denken. Wie viel Puncte sind uns daher, wenn uns ein Dreyeck vorgezeichnet ist, gleich mit bestimmt oder gegeben? K. Drey.

L. Richtig! Die Puncte nämlich, wo immer je 2 und 2 Linien zusammen stoßen. Nun betrachtet einmahl unser Dreyeck und seht, ob außer dem Puncte x kein anderer bestimmt oder gegeben ist, nach welchen ihr von x aus noch eine gerade Linie ziehen könnt. K. Ey ja! Der Punct A.

L. Da habt ihr also wieder Gelegenheit, eine von unsern Regeln anzuwenden: welche? K. Die erste.

L. Befolgt sie. K. (ziehen die Linie A x.)

L. Was müßte ich denn thun, wenn die jetzt gezogene Linie zur Erreichung meines Zweckes zu kurz wäre? K. Da müßte ich sie eben verlängern.

L. Das

L. Das wollen wir auch thun (das Stück x G ziehend). Wie aber, wenn das jetzt gezogene Stück zu lang wäre? K. Da müßte ich es wieder verkürzen.

L. Wir wollen dieses thun. Ich will von x G ein Stück, und zwar ein Stück, welches A x gleich ist, abschneiden. Jetzt habe ich also die Linie x E der vorhin gegebenen A x gleich gemacht: nach welcher unserer Regeln habe ich da gehandelt? K. Nach der zweyten.

L. Könntet ihr jetzt die erste nicht wieder anwenden? K. Ja.

L. Zwischen welchen Puncten könntet ihr denn jetzt gerade Linien ziehen? K. Zwischen E D, E C, E B ꝛc.

L. Wir wollen nur einmahl zwischen E B eine ziehen. — Seht, wie sehr wir durch Befolgung unserer Regeln unsre erste Figur verändert haben! Diese Figur werden wir in der Folge schon näher betrachten und dabey eine nützliche Wahrheit lernen. — Hier habe ich jetzt eine längere (A B) und eine kürzere Linie (C D) verzeichnet. Ist es wohl möglich, beyde einander gleich zu machen? K. Ja wohl!

L. Auf wie viel Arten läßt sich dieses bewerkstelligen? K. Auf zwey Arten.

L. Gebt mir diese zwey Arten an. K. Erstlich kann man von A B so viel abschneiden, daß das übrigbleibende Stück die Länge von C D bekommt, zweytens kann man an die C D so viel ansetzen, als ihr zur Länge von A B fehlt.

L. Das ist recht! Wir wollen jetzt diese beyden Linien sowohl auf die eine, als auf die andere Art einander gleich machen. Hiebey merkt, daß wenn ihr von einer längern Linie so viel abschneiden sollt, als eine kürzere beträgt, ich sagen werde: tragt diese (die kürzere) Linie auf diese (die längere).

Nun zeige man erstlich, wie man eine kürzere Linie einer längern und eine längere einer kürzern, vermittelst des Zirkels und Lineals gleich macht; dann übe man die Kinder in diesem Geschäfte, damit sie Fertigkeit darin bekommen. Dabey unterlasse man nie, sich recht deutlich und bestimmt sagen zu lassen, was geschehen, und wie es geschehen soll, oder geschehen ist. Man spricht z. B.: tragt die Linie EF auf die Linie GH. — Was werdet ihr jetzt thun? K. Wir werden ꝛc. L. Wie wollt ihr dieses bewerkstelligen? K. Wir fassen die Linie EF zwischen die Schenkel des Zirkels, setzen den einen Fuß desselben in G ein, und schneiden mit den andern ein Stück von GH ab. L. Thut dieses. — Was habt ihr jetzt gethan? K. Wir haben die Linie EF auf GH getragen. L. Was heißt dieses mit andern Worten? — — Macht KL so groß als MN. — Was sollt ihr jetzt thun? K. Wir sollen ꝛc. L. Welche Verfahrungsart wollt ihr denn hiebey anwenden? K. Wir legen das Lineal gehörig an die KL und verlängern sie nach Willkühr, und dann tragen wir MN auf die verlängerte KL. L. Nun thut dieses. U. s. w.

L. Wißt ihr wohl, wo ihr die unverrückt bleibende Spitze des Zirkels hinsetzen müßt, wenn ich sage: beschreibt mir aus diesem Puncte (einen Punct an der Tafel bemerkend) einen Kreis? K. In den bemerkten Punct.

L. Aus einem gewissen Puncte einen Kreis beschreiben, heißt also —? K. Den einen Fuß des Zirkels in einen gewissen Punct setzen und mit dem andern die Kreislinie beschreiben.

L. Ihr wißt, daß wenn wir einen Kreis beschreiben, wir uns alle Mahl vorstellen, als bewege sich eine gerade Linie um den einen ihrer Endpuncte, welcher unverrückt liegen bleibt, bis sie wieder in ihre erste Lage kommt. Wie heißt denn diese Linie, da sie immer vom Mittelpunct bis an die Peripherie reicht? K. Halbmesser.

L. Also ist die gerade Linie, welche auf die erst angegebene Art einen Kreis beschreibt, immer der Halbmesser des Kreises, den sie beschreibt. Wer weiß nun, was ihr thun müßt, wenn ich spreche: mit diesem Halbmesser (eine gerade Linie A B ziehend) beschreibt mir aus diesem Puncte (hinzeigend) einen Kreis? K. Da müssen wir den Zirkel so weit aufmachen, als diese Linie lang ist (diese Linie zwischen die Spitzen des Zirkels faßen) und ꝛc.

L. Recht! Denn zwischen den Spitzen des Zirkels denken wir uns immer eine gerade Linie, und wenn wir mit dem Zirkel einen Kreis beschreiben, so bewegt sich also diese Linie, die wir zwischen seinen Spitzen denken, um den einen unverrückt liegenden ihrer Endpuncte, bis sie ꝛc. — Wie viel Puncte sind uns gegeben, wenn uns eine Linie gegeben ist? K. Zwey, nämlich ihre Endpuncte.

L. Wenn ich euch nun diese Linie da gäbe, könntet ihr da wohl die dritte unserer Regeln anwenden? K. Ja wohl!

L. Aus welchen Puncten und mit welchem Halbmesser könntet ihr denn wohl Kreise beschreiben? K. Aus den Puncten A und B mit dem Halbmesser A B.

L. Nun thut das.

Jetzt zeige man den Kindern, wie ein gegebener Halbmesser zwischen die Füße eines Zirkels gefaßt und ein Kreis damit beschrieben werden müsse. Uibungen im Beschreiben verschiedner Kreise mit vorgegebenen Halbmessern müssen hier Statt finden, damit die Kinder den Zirkel handhaben lernen. Dabey sage man immer: beschreibe aus dem Puncte A ꝛc. mit dem Halbmesser B C ꝛc. einen Kreis, oder: nimm die Linie A C ꝛc. zum Halbmesser und beschreibe damit aus ihren Endpuncten (aus dem Puncte x, o ꝛc.) Kreise.

C) Grundsätze *).

I.

L. Wißt ihr noch, was man überhaupt eine Größe nennt? K. Alles, was sich vermehren und vermindern läßt.

L. Nun

*) Von den folgenden Grundsätzen muß keiner den Kindern eher vorgetragen werden, als bis ihnen der vorhergehende recht eingeübt ist, und sie im Stande sind, sogleich Anwendung von ihm zu machen. Man gebe daher bey jedem derselben mehr Beyspiele, als ich beybringe.

L. Nun wollen wir eine Zeitlang bey diesen Stäben (Nro. 5.), bey Linien, Winkeln, Zahlen rc. bloß daran denken, daß es Dinge sind, die sich vermindern und vermehren lassen, und sie immer nur Größen nennen. Diese Größe hier (man schraube 2 oder 3 der Stäbe Nro. 5. an einander, daß sie einen einzigen Stab bilden, oder wer meine Rechenstäbe *) hat, der nehme einen solchen, denn er ist noch bequemer,) besteht, wie ihr seht, aus mehrern Theilen. Diese Theile lege ich nun aus einander, und gebe sie Fritzen. — So! Nun sagt mir, ob jetzt Fritz mehr oder weniger, d. h. in diesen Stücken zusammen genommen, eine größere oder kleinere Größe besitzt, als ich vorhin hatte, da diese Theile alle nur Ein Ganzes, einen einzigen Stab ausmachten. K. Er besitzt weder mehr noch weniger.

L. Aber jedes seiner Stücke ist doch kleiner als der Stab, den ich vorhin hatte? K. Ja, aber alle seine Stücke zusammen genommen machen ja gerade den Stab aus, den sie vorhin hatten und nur in diese Theile zerlegten.

L. Nun da wißt ihr also wie sich alle Theile eines Ganzen zu diesem (dem Ganzen) selbst verhalten: wie? K. Sie sind ihm gleich.

L. Richtig! Aber sagt mir noch Ein Mahl, was ihr jetzt behauptet. K. Alle Theile eines Gan-

*) Im zweyten Theile meiner praktischen Anweisung, Kindern die ersten Anfangsgründe der Rechenkunst beyzubringen, sind sie abgebildet.

Ganzen zusammen genommen sind dem Ganzen gleich.

L. Diesen Satz, welchen jeder, der nur gesunden Verstand hat, und die Worte versteht, sogleich, ohne weitern Beweis für wahr halten muß, heißt ein Grundsatz, weil er andern Sätzen zum Grunde dient, oder weil man andere Sätze aus ihm herleiten oder ihre Wahrheit aus ihm beweisen kann, ohne daß er selbst erst bewiesen werden dürfte. Dergleichen Grundsätze will ich euch jetzt mehrere bekannt machen, und euch in der Folge Gelegenheit geben, andere Sätze, deren Wahrheit nicht sogleich einleuchtet, durch sie zu beweisen. Ich will sie nach und nach an die Tafel schreiben und nummeriren, damit wir uns in der Folge nur auf die Nummer berufen dürfen. Ihr schreibt sie nachher ab und legt sie bey diesen Unterredungen immer vor euch hin. Numero 1 ist also der: Alle Theile ꝛc. Nun sagt mir, ob dieser ganze Stab, oder einer oder auch einige seiner Theile zusammen genommen die kleinere Größe ausmachen. K. Einer oder einige seiner Theile.

L. Und welches ist die größere Größe, das Ganze oder Ein oder einige Theile des Ganzen? K. Natürlich das Ganze.

L. Da können wir also zu unserm ersten Grundsatze noch etwas hinzu setzen, nämlich: und jeder Theil oder einige Theile sind alle Mahl kleiner als das Ganze, so wie dieses (das Ganze) immer größer ist, als Ein oder einige seiner Theile. Jetzt sagt

sagt mir geschwind, wie sich der Winkel UAB (Tab. IV. vorzeigend) zu allen diesen kleinern Winkeln CAB u. s. w. zusammen genommen verhält. K. Er ist so groß als diese kleinern Winkel zusammen genommen.

L. Wenn aber jemand dieses nicht glauben wollte, auf welchen Grundsatz dürftet ihr ihn da nur verweisen? K. Auf Nro. 1.

L. Richtig! Und welcher Winkel von diesen beyden UAB, TAB muß der größere seyn. K. UAB.

L. Nach welchem Theile unsers ersten Grundsatzes behauptet ihr dieses? K. Nach dem: das Ganze ist größer ꝛc.

L. Ich merke schon, daß ihr diesen unsern Grundsatz werdet gehörig anwenden können.

2.

L. Hier habe ich eine Elle (einen unserer Stäbe, den wir für eine Elle halten wollen) und messe damit Fritzen und jetzt Carln eine Elle Bindfaden ꝛc. zu. — So! Nun sagt mir geschwind, ob Fritz oder Carl ein größeres Stück Bindfaden bekommen hat. K. Es hat keiner von beyden ein größeres Stück bekommen.

L. Wie verhalten sich also beyde Stücke zu einander? K. Sie sind einander gleich.

L. Aber wie könnt ihr doch dieses mit so vollkommener Gewißheit behaupten, da ihr beyde Stücke

cke gar nicht an einander gehalten und ihr Verhältniß zu einander nicht untersucht habt? K. Das thut nichts, wir wissen ja, das jedes Stück eine Elle ist.

L. Das heißt aber nur: jedes Stück ist dieser Elle da gleich. Aber ob sie deshalb einander selbst gleich seyn müßen, ist eine andere Frage: wie wollt ihr sie beantworten? K. Ja, sie müssen ꝛc.

L. Ihr habt ganz Recht! Denn ihr macht, ohne es euch selbst deutlich bewußt zu seyn, einen richtigen Schluß, von welchem folgender Grundsatz: wenn zwey Größen einer dritten gleich sind, so sind sie einander selbst gleich, der Obersatz *) ist. Fritzens Stück Bindfaden ist die erste und Carls Stück die zweyte Größe, beyde sind gleich dieser dritten hier, der Elle, und nun da ihr dieses wißt, so macht ihr einen Schluß, dessen drey Sätze mir Theodor vorsagen soll. K. Wenn (so oft) zwey Größen einer dritten gleich sind, so ꝛc. Fritzens und Carls Stücke Bindfaden sind zwey Größen, welche einer dritten ꝛc. folglich müssen ꝛc.

L. So ist es recht! Nun will ich den Grundsatz, den ich euch jetzt zum deutlichen Bewußtseyn gebracht

*) Was der Obersatz ꝛc. eines Schlußes sey, habe ich im dritten Theile meines: Wie lehrt man Kinder im Buche der Natur lesen? erklärt und den Lehrern Anleitung gegeben, die Kinder Schlüße in der gewöhnlichen Form bilden zu lassen. Jene Lectionen setze ich bey diesen Unterredungen, wo ich öfters vollständige Schlüße werde machen lassen, voraus.

gebracht habe, an die Tafel schreiben und mit Nro. 2 bezeichnen. — So! Dieß ist wieder ein sehr wichtiger Satz, welchen wir in der Folge, wie alle unsere Grundsätze, öfters zu einem Obersatze eines Schlußes machen und als Beweis anführen werden, daß zwey Größen, wenn wir sie auch nicht unmittelbar mit einander vergleichen können, einander gleich seyn müssen. Von diesem Grundsatze machen die Menschen beständig Anwendung, ob sie ihn gleich nicht mit Worten ausdrücken können, und es auch gar nicht wissen, daß sie ihn anwenden. Wenn z. B. der Bauer Hans ein Pfund Lichter kauft und der Bauer Michel ebenfalls, und ich nun Micheln frage: hast du oder Hans mehr Lichter gekauft? so spricht er: es hat einer so viel als der andere gekauft, ob er gleich seine und Hansens Lichter nicht auf die Wage gelegt und gegen einander gewogen hat. Er macht, ohne es zu wissen, den Schluß, den ihr vorhin gemacht habt, als ihr sagtet, daß Carls Stück Bindfaden ꝛc. — Jetzt sagt mir doch, wie ich wohl erfahren könnte, ob diese Wand hier so lang als jene dort ist. K. Ich müßte eine Schnur (einen Maßstab) nehmen und beyde messen.

L. Aber dadurch kann ich ja nur erfahren, ob jede Wand so lang als meine Schnur ꝛc. ist oder nicht? K. Wenn wir aber finden, daß jede so lang als die Schnur ꝛc. ist, so schließen wir: wenn zwey Größen ꝛc.

L. Richtig! So oft man im gemeinen Leben die Gleichheit zweyer Größen, z. B. die gleiche Länge zweyer Gärten deßwegen behauptet, weil beyde einem gewissen Maße gleich sind, so macht man Anwen-

dung von unserm zweyten Grundsatze. — Könnt ihr mir wohl sagen, ob die Triangel ABC (fig. 46) und DEF (fig. 47) einander gleich sind oder nicht? K. Das können wir nicht sagen.

L. Wenn ich euch aber sage, daß jeder von ihnen gleich, ob wohl nicht ähnlich ist, dem dritten, nämlich GHI (fig. 48), was könnt ihr nun von ABC und DEF behaupten? K. Daß sie einander gleich seyn müssen.

L. Welcher Grundsatz setzt euch in den Stand, dieß sogleich behaupten zu können? K. Wenn zwey Größen ꝛc.

L. Und wie lautet der vollständige Schluß, den ihr hier macht? K. Wenn zwey Größen ꝛc. ABC und DEF sind aber ꝛc. folglich ꝛc.

3.

L. Wie verhalten sich diese beyden Stäbe (Nro. 5), die ich A und B nennen will, in Ansehung ihrer Länge zu einander? K. Sie sind einander gleich.

L. Richtig! Nun soll einmahl Carl diesen dritten, der C heißen soll, an A legen, und sehen, wie sich beyde zu einander verhalten. — Wie verhalten sie sich zu einander? K. Sie sind gleich lang (einander in Ansehung der Länge gleich).

L. Nun sagt mir geschwind, wie sich C und B, ohne jedoch beyde aneinander zu legen, zu einander verhalten. K. Sie müssen auch einander gleich seyn.

L. Das

L. Das ist richtig! Aber ihr habt dieses nicht durch unmittelbares Messen, sondern bloß durch einen Schluß erfahren, den ihr, ohne es zu wissen, gemacht habt. Jetzt bemüht euch, die drey Sätze dieses Schlußes gehörig auszudrücken. Vor allem kommt es darauf an, daß ihr den Obersatz gehörig ausdrückt. K. —

L. Ich will euch darauf helfen. Hier unser Stab C ist eine Größe, welche einer von zwey gleichen Größen gleich ist, daraus schloßet ihr, daß auch C der andern von diesen zwey gleichen Größen gleich seyn müsse. Wer kann mir nun den Obersatz gehörig ausdrücken? K. Eine Größe, welche einer von zwey gleichen Größen gleich ist, ist auch der andern von ihnen gleich.

L. Dieser Obersatz, welcher ein neuer Grundsatz ist, den wir anschreiben und mit Nro. 3. bezeichnen wollen, ist richtig. Nun sagt mir noch den Unter- und Schlußsatz. K. Der Stab C ist einer ꝛc. folglich ꝛc.

L. Gut! Hans hat 50 Kirschen, Michel eben so viel, und Niklas hat so viel als Hans: nun sagt mir geschwind, ob Niklas oder Michel mehr Kirschen hat. K. Niklas hat so viel als Michel.

L. Wie heißt der vollständige Schluß, den ihr jetzt wieder gemacht habt? K. Wenn eine Größe einer von zwey gleichen Größen gleich ist, so ꝛc. Nun ist Niklasens Anzahl von Kirschen eine Größe, welche einer von zwey gleichen Größen gleich ist, folglich ꝛc.

L. Gut!

4.

L. Hier sind unsere zwey gleich langen Stäbe A und B wieder, und dieses Stück Holz (Nro. 1.), welches C heißen soll. Ist C kürzer oder länger als A? K. Kürzer.

L. Also ist C, wenn wir nämlich diese drey Stücke Holz nur als Linien (Längen) betrachten, eine kleinere Größe als A. Nun sagt mir, ob C und B gleiche Größen sind oder nicht. K. Sie sind es nicht.

L. Woraus schließt ihr dieses? K. Daraus, weil A und B einander gleich sind, und C kleiner als A ist.

L. Da nehmt ihr wieder einen gewissen Grundsatz, als Obersatz eures Schlußes an, wie lautet dieser Grundsatz wohl? K. Wenn eine Größe kleiner als eine von zwey gleichen Grössen ist, so ist sie auch kleiner als die andere von ihnen.

L. Seht, da könnt ihr mir einen Grundsatz sagen, ohne daß ihr bisher wußtet, daß er euch schon bekannt war. Aber wie, wenn dieses Stück Holz (Nro. 1.) größer als A wäre, würde es dann größer oder kleiner als B seyn? K. Es würde auch größer als B seyn.

L. Wie lautet der Schluß, den ihr jetzt gemacht habt? K. Wenn eine Größe größer als eine von zwey gleichen Größen ist rc.

L. Nun wollen wir den jetzigen Obersatz, welcher auch ein Grundsatz ist, mit dem vorigen verbinden

den und ihn also ausdrücken: Was größer oder kleiner ist, als die eine von zwey gleichen Größen, das ist auch größer oder kleiner, als die andere von ihnen. Nun merkt! Hans und Sebald haben zwey gleich große Gärten, Caspars Garten ist aber größer als der Garten Hansens: jetzt sagt mir, ob wohl Caspar mit Sebalden einen Gartentausch eingehen würde, wenn auch beyder Gärten gleich guten Boden hätten? K. Nein.

L. Warum denn nicht? K. Weil Caspar einen größern Garten hat, als Sebald.

L. Wie wißt ihr aber dieses, da ich es euch nicht gesagt habe? K. Das konnten wir ja schließen. Denn was größer oder kleiner ꝛc.

L. Da macht ihr freylich einen richtigen Schluß.

5.

L. Wie verhalten sich diese zwey Stäbe, die ich A und B nenne, zu einander? K. Sie sind einander gleich.

L. Und wie verhalten sich diese beyde C und D zu einander? K. Auch diese sind einander gleich.

L. Nun will ich C an A, und D an B legen, so daß je zwey und zwey, wenn sie so da liegen, nur Einen Stab zu bilden scheinen. Jetzt kann ich sprechen: ich habe gleiche Größen zu andern gleichen Größen hinzugefügt, oder wie man in der Re-

chenkunst sagt, addirt, wodurch 2 neue Grössen, die wir die Summen der vereinigten nennen können, entstanden sind. Nun sagt, wie sich diese Summen zu einander verhalten? K. Sie sind einander gleich.

L. Richtig! Wir wollen sehen, ob dieß in andern Fällen auch so ist. Hier lege ich sechs, und hier ebenfalls sechs Groschen her. Zu jedem dieser Häufchen Groschen lege ich noch drey. Kann ich wohl jetzt sagen: ich habe gleiche Grössen zu gleichen Grössen addirt? K. Ja.

L. Was bejahet ihr? K. Daß man sagen könne: Sie haben gleiche Grössen ꝛc.

L. Wie verhalten sich denn nun die Summen, die wir bekommen haben? K. Sie sind auch einander gleich.

L. Wie meynt ihr wohl, würden wir immer gleiche Summen erhalten, wenn wir gleiche Grössen zu gleichen Grössen addirten. K. Ja.

L. Was behauptet ihr jetzt durch euer Ja? K. Daß man immer zwey gleiche Summen erhalten müsse, wenn man ꝛc.

L. Diese neue Behauptung will ich als den fünften Grundsatz mit folgenden Worten anschreiben: Wenn wir gleiche Grössen zu gleichen Grössen addiren, so erhalten wir alle Mahl gleiche Summen, oder: Gleiches zu Gleichem addirt giebt gleiche Summen.

L. Hier (man verzeichne fig. 62) von den Winkeln x und u weiß ich, daß sie einander gleich sind, und

und von den Winkeln m und n ist mir daß Nämliche bekannt. Wenn ich nun die Linie C c weglösche, so wird der Winkel m zu x und n zu u addirt, und wir bekommen die zwey Winkel C und c. Wie müssen sich nun diese zu einander verhalten? K. Sie müssen einander gleich seyn.

L. Wie lautet der vollständige Schluß, den ihr jetzt gemacht habt? K. Wenn man gleiche Größen zu gleichen Größen addirt, so erhält man gleiche Summen; hier haben wir gleiche Größen ꝛc. folglich ꝛc.

L. Wer ist denn im Stande mir selbst ein Beyspiel auszudenken, wo man sagen kann: es sind gleiche Größen zu gleichen Größen addirt worden? K. (versuchen, dieses zu thun.)

6.

L. Diese zwey Häufchen von Groschen sind jetzt einander gleich, d. h. auf der einen Seite liegen gerade so viel, als auf der andern. Nun will ich vom linken und rechten Häufchen gleiche Größen, überall drey Groschen, wegnehmen. — So! wie werden sich wohl die Reste zu einander verhalten? K. Sie müssen einander gleich seyn (sind einander gleich).

L. Aber woher wißt ihr dieses, da ihr die beyden Reste noch gar nicht gezählt habt? K. Das thut nichts. Wenn man auf der einen Seite so viel wegnimmt, als auf der andern, so müssen, wenn vorher die Größen gleich waren, gleiche Reste bleiben.

 L. Da

L. Da habt ihr mir schon wieder einen Satz, den jedermann, ohne allen Beweis, für wahr halten muß, also einen Grundsatz gesagt. Ich will ihn anschreiben, sagt mir ihn noch Ein Mahl vor. K. **Wenn man von zwey gleichen Größen gleiche Größen abzieht, so bleiben gleiche Reste.**

L. Gut! Maria hat 50 Ellen Leinwand, Sophia eben so viel. Jede schneidet von ihrem Stücke 20 Ellen ab: wie verhalten sich beyde Reste zu einander? K. Sie sind einander gleich.

L. Diese eure Behauptung ist der Schlußsatz eines Schlußes, den ihr jetzt gemacht habt. Wie lautet der ganze Schluß? K. Wenn man von zwey gleichen ꝛc. Maria und Sophia haben von zwey gleichen Größen Gleiches weggenommen, folglich ꝛc.

L. Ich habe hier zwey gleiche Winkel (diese verzeichnend) und nehme von jedem durch diese Linie (jeden Winkel theilend) 15 Grad weg: wie verhalten sich nun die Reste, nämlich diese zwey Winkel (sie zeigend oder nennend) zu einander? K. Sie sind einander gleich.

L. Wie lautet der Schluß, den ihr jetzt wieder gemacht habt? K. Wenn man ꝛc.

L. Hier habe ich zwey gleiche gerade Linien und setze zu jeder noch eine Linie von drey Zoll Länge; wie verhalten sich jetzt beyde Linien? K. Sie sind einander gleich.

L. Woher wißt ihr dieses? K. Weil ꝛc.

7.

L. Wie wollt ihr wohl diese Linien AB, AC, AD (fig. 49) nennen? K. Halbmesser.

L. Welchen dieser drey Halbmesser haltet ihr denn für den längsten? K. Es ist ja einer so lang, als der andere.

L. Aber woher wißt ihr dieses? Euer Urtheil nach dem Augenmaße gilt hier, da es auf Genauigkeit ankommt, nichts. K. Weil die Peripherie überall gleichweit vom Mittelpunct absteht, so müssen ja alle gerade Linien, welche von diesem an jene (von dem Mittelpuncte an die Peripherie) gezogen werden, einander gleich seyn.

L. Recht! Anders kann es nicht seyn. Wenn ich also in diesem Kreise noch 100 Halbmesser zöge, wie würden sie sich alle zu einander verhalten? K. Sie würden alle einander gleich seyn.

L. Wenn ich aber zu dem Halbmesser AB noch die Linie AF fügte, wie hieße alsdann die ganze Linie AF? K. Durchmesser.

L. Aus wie viel Halbmessern besteht denn dieser Durchmesser? K. Aus zweyen.

L. Und aus wie viel Halbmessern mag wohl jeder Durchmesser bestehen? K. Aus zweyen.

L. Wenn ich also aus einem Halbmesser einen Durchmesser machen wollte, so dürfte ich nur an ihn in gerader Richtung noch einen Halbmesser setzen. Auf diese Weise will ich jetzt an den Halbmesser AD noch den andern AE setzen. Jetzt habe ich

zu den zwey gleichen Größen AB und AD gleiche Größen, nämlich AF und AE addirt: wie müssen sich die Summen, das sind hier die Durchmesser ED und FB zu einander verhalten? K. Sie müssen einander gleich seyn.

L. Nun sagt mir, wie ihr meynt, daß sich überhaupt alle Halbmesser, ingleichen alle Durchmesser eines Kreises zu einander verhalten. K. Sie sind einander gleich.

L. Aber wenn ich mit dem Halbmesser AC (fig. 49) auch noch den Kreis U (fig. 50) beschreibe, wie müssen sich beyde Kreise zu einander verhalten? K. Sie müssen einander gleich seyn?

L. Warum glaubt ihr dieses? K. Weil sie mit dem nämlichen Halbmesser beschrieben worden sind.

L. Was werden wir wohl immer von zwey Kreisen, die einerley d. h. gleiche Halbmesser haben, behaupten dürfen? L. Daß sie einander gleich sind.

L. Aber wie glaubt ihr, daß sich der Halbmesser AC (fig. 49) zu dem Halbmesser ac (fig. 50) ingleichen der Durchmesser DE zu dem andern hier de verhalte? K. Sowohl diese zwey Halbmesser, als auch diese zwey Durchmesser müssen einander gleich seyn.

L. Wenn aber diese beyden Kreise (fig. 49 u. 50) einander nicht gleich wären, würden da die Halb- und Durchmesser des einen den Halb- und Durchmessern des andern gleich seyn? K. Nein.

L. Wenn werden wir also nur von zwey Kreisen behaupten können, daß sowohl ihre Halb- als ihre

ihre Durchmesser einander gleich seyn? K. Wenn die Kreise einander gleich sind.

L. Richtig! Jetzt will ich als den siebenten Grundsatz den Inhalt dessen, was ihr mir jetzt gesagt habt, anschreiben. Alle Halb- ingleichen auch alle Durchmesser eines Kreises, oder gleicher Kreise sind einander gleich, und wenn zwey Kreise gleich große Halb- oder Durchmesser haben, so müssen sie einander gleich seyn. Wer kann mir diesen Grundsatz auswendig sagen? K. (versuchen, dieß zu thun.)

L. Hier sind (man verzeichne einen größern und kleinern Kreis und ziehe in jedem einen Halbmesser) zwey Kreise, und da die Halbmesser zweyer Kreise einander gleich sind, so darf ich behaupten, daß diese beyden Linien (die Halbmesser der beyden Kreise) einander gleich seyn müssen. K. Diese Behauptung ist nicht richtig.

L. Warum nicht? K. Weil die beyden Kreise nicht einander gleich sind.

L. Aber ich dachte doch, die Halbmesser zweyer Kreise wären einander gleich? K. Nein, nur die Halbmesser zweyer gleicher Kreise.

L. Ja wohl! Auf das einzige Wort gleich kommt hier gar viel an. Nun seht die zwey gleichen Kreise x und u (fig. 49 und 50) wieder an, und sagt mir doch, wie lang der Durchmesser de (fig. 50) seyn müßte, wenn die beyden Durchmesser

DE und BF zusammen genommen etwa acht Zoll hielten. K. Vier Zoll.

L. Woher wißt ihr dieses? K. Wenn die Durchmesser DE und BF acht Zoll hielten, so müßte jeder, weil alle Durchmesser eines Kreises einander gleich sind, vier Zoll halten. Und da gleiche Kreise gleiche Durchmesser haben, so muß de auch vier Zoll lang seyn.

L. Gut geantwortet! Aber nun sagt mir doch, wie lang der Halbmesser ac seyn müßte, wenn die beyden Durchmesser DC und FB zusammen genommen 12 Zoll halten. K. Dann müßte ac drey Zoll lang seyn.

L. Wie muß man hier rechnen, um diese Antwort zu finden. K. Wenn DC und FB 12 Zoll lang sind, so muß jeder sechs Zoll halten ꝛc.

L. Hier habe ich (man ziehe in fig. 49. die Sehne BC), wie ihr seht, ein Dreyeck. Könnt ihr mir wohl sagen, ob es gleichschenklicht ist oder nicht? K. Es ist gleichschenklicht.

L. Wie viel muß es also gleiche Seiten haben? K. Zwey.

L. Welches sind seine gleichen Seiten? K. AB und AC.

L. Aber woher wußtet ihr denn gleich, daß dieses Dreyeck zwey gleiche Seiten hat? K. Weil zwey seiner Seiten Halbmesser Eines Kreises und diese einander gleich sind.

L. Was glaubt ihr nun wohl von jedem Dreyecke behaupten zu können, von dem ihr wißt, daß zwey seiner

seiner Seiten Halbmesser eines Kreises sind? K. Daß es gleichschenklicht sey.

L. Wie aber, wenn zwey Seiten eines Triangels Halbmesser zweyer gleicher Kreise wären, zu welcher Art von Triangeln gehörte er alsdann? K. Auch zu den gleichschenklichten.

L. Aus welchem Grunde behauptet ihr dieses? K. Weil die Halbmesser zweyer gleicher Kreise einander gleich sind.

L. Richtig! — — Jetzt wollen wir es wieder wie neulich machen, ich will euch den Anfang von gewissen Sätzen vorsagen, und ihr ergänzt sie gehörig. Der Halbmesser eines Kreises ist halb so groß — K. Als der Durchmesser des nämlichen (oder eines gleichen) Kreises.

L. Derjenige unter euch, der von zwey Kreisen weiß, daß sie gleiche Halbmesser haben — K. Der weiß auch von ihnen (der kann auch von ihnen behaupten), daß sie einander gleich sind.

L. Wenn ich von den Durchmessern zweyer gleicher Kreise gleiche Stücke wegnehme, — K. So bleiben gleiche Reste.

L. Warum müssen hier gleiche Reste bleiben? K. Weil die Durchmesser zweyer Kreise gleiche Grössen sind ꝛc.

L. Von zwey Kreisen, welche ungleiche Halbmesser haben, ist derjenige (Kreis) der größere, — K. Welcher den größern Halbmesser hat.

L. Je größer der Halbmesser eines Keises ist, — K. Desto größer muß der Kreis seyn. U. s. w.

8.

L., (welcher zwey Puncte an der Tafel bemerkt hat). Wie viel gerade Linien glaubt ihr wohl zwischen diesen zwey Puncten ziehen zu können? K. Nur Eine.

L. Recht! Zwischen zwey Puncten ist nur Eine gerade Linie möglich. Ist denn aber folgende Behauptung richtig: zwischen zwey Puncten ist nur Eine Linie möglich? K. Nein.

L. Aber ihr sagtet doch vorhin, daß ihr zwischen zwey Puncten nur Eine gerade Linie ziehen könntet? K. Ja, nur Eine gerade, aber nicht eine Linie überhaupt.

L. Also könnte ich wohl zwischen zwey Puncten mehr als Eine Linie ziehen? K. Allerdings!

L. Aber was für Linien? K. Krumme.

L. Richtig! Krumme Linien können wir zwischen zwey Puncten eine unzählige Menge, dagegen aber nur eine einzige gerade ziehen. Seht! hier ziehe ich eine gerade, aber mehrere krumme Linien zwischen diesen zwey Puncten. Welche von allen diesen Linien haltet ihr wohl für die kürzeste? K. Die gerade.

L. Das ist sie auch. Unter allen Linien, die zwischen zwey Puncten gezogen werden können, ist die gerade alle Mahl die kürzeste. Nun will ich wieder

der als Grundsatz anschreiben, was ihr mir jetzt gesagt habt. Zwischen zwey Puncten kann man zwar eine unzählige Menge krumme, aber nur eine einzige gerade Linie ziehen, welche die kürzeste unter allen ist. — Ich und mein Nachbar gehen, aber wohl gemerkt! mit gleicher Geschwindigkeit von hier nach N. Ich gehe in einer geraden, mein Nachbar aber in einer krummen Linie dahin: welcher von uns beyden kommt eher nach N.? K. Sie.

L. Warum glaubt ihr dieses? K. Weil ꝛc.

9.

L., (welcher nur einen Punct an der Tafel bemerkt hat). Sollte ich wohl durch diesen Punct auch nur eine einzige, etwa diese (man ziehe eine gerade Linie) oder mehrere gerade Linien ziehen können? K. Mehrere.

L. Richtig! Denn wenn ich diese gezogen habe, so hindert mich nichts, noch diese und diese ꝛc. durch den nämlichen Punct zu ziehen. Haben aber diese Linien alle einerley Richtung? liegt z. B. diese hier (man zeige auf eine) gerade dahin, wohin diese da (auf eine andere zeigend) liegt? K. Nein.

L. Also durch einen einzigen Punct kann ich — das merkt! zwar unzählige Linien ziehen, aber sie liegen alle nach verschiednen Richtungen. Wenn ich nun eine Linie gerade in dieser Richtung, in welcher diese hier (auf eine zeigend) liegt, gezogen haben

haben wollte, würdet ihr meinen Willen sogleich erfüllen können, wenn ich nur diesen Punct (man zeige auf den bemerkten Punct, durch welchen mehrere Linien gezogen sind) bemerkte und sagte: da zieht eine gerade Linie durch? K. Nein.

L. Warum nicht? K. Weil wir da ja noch nicht wüßten, nach welcher Richtung wir die Linie ziehen sollten.

L. Freylich! Ihr könntet sie daher, daher rc. ziehen, und in jedem Falle hättet ihr meinen Befehl befolgt und durch diesen Punct eine gerade Linie gezogen, ohne ihr die Richtung, die ich wünschte, gegeben zu haben. Wie aber, wenn ich hieher und hieher einen Punct machte (zwey Puncte bemerkend) und dabey sagte: in dieser Richtung, nämlich von einem dieser Puncte zum andern, oder: durch beyde Puncte zieht eine gerade Linie, würde dann wohl die gerade Linie, die ihr zöget, die Richtung erhalten, die ich wünschte? K. Ja.

L. Wie viel Puncte werde ich wohl immer bemerken müssen, wenn ich euch sagen will, in welcher Richtung ihr eine gerade Linie ziehen sollt? K. Zwey.

L. Recht! Durch zwey Puncte — das wollen wir wieder anschreiben — wird die Lage oder Richtung einer geraden Linie genau bestimmt. Wenn ich z. B. haben wollte, daß mir Carl eine gerade Linie zöge, welche diese Richtung (über die Tafel hinfahrend) hätte, so müßte ich nur diesen und diesen Punct bemerken, und sagen, durch diese zwey Puncte ziehe eine gerade

rade Linie. Diese würde dann gerade die Richtung erhalten, die ich wünschte.

Hier sage man den Kindern, daß sie, wenn sie sich liniren, immer nur zwey Puncte, den einen links den andern rechts suchen, welche beyde gleich weit von der obern Linie entfernt sind, und dadurch die Lage der zu ziehenden neuen Linie bestimmen; daß die Gärtner, wenn sie Beete machen, und die Zimmerleute, wenn sie das zu beschlagende Holz schnüren, nur zwey Puncte suchen und eine straf angespannte Schnur, welche eine gerade Linie bildet, ziehen, woraus erhellet, daß man im gemeinen Leben nach obigem Grundsatze handelt, ohne sich dessen deutlich bewußt zu seyn.

10.

L. Hier hast du, Carl, zwey unserer Stäbe, bey welchen wir uns wieder gerade Linien denken. Sieh doch, in wie viel Puncten oder an wie viel Stellen sie sich berühren können, ohne daß sie ganz auf einander zu liegen kommen. K. Nur in Einem Puncte.

L. Richtig! Wir mögen es machen wie wir wollen, so können wir diese zwey Stäbe und so jede zwey gerade Linien nur in einem einzigen Puncte an einander bringen, ohne daß sie ganz, also in allen ihren Puncten auf einander fallen. Wenn wir sie aber kreuzweis legen, oder, wie man von Linien sagt, wenn wir sie so legen, daß sie einander schneiden, in wie viel Puncten können sie dann einander schneiden? K. Auch nur in einem.

 L., (der

L., (der zwey Bögen oder Kreise verzeichnet, die einander schneiden.) Sind wohl alle Linien von der Art, daß sie nur in Einem Puncte einander schneiden können? K. Nein.

L. Woher wißt ihr dieses? K. Weil wir an der Tafel ein Paar Linien sehen, welche in zwey Puncten einander schneiden.

L. Woher mag es wohl kommen, daß sich diese Linien in mehr als Einem Puncte schneiden können? K. Weil sie krumm sind.

L. Welche Linien können aber einander nur in Einem Puncte berühren und auch nur in Einem Puncte einander schneiden? K. Gerade.

L. Was behaupten wir jetzt von zwey geraden Linien? K. Daß sie sich nur in Einem Puncte einander berühren oder schneiden können.

L. Wie aber, wenn zwey gerade Linien in zwey Puncten einander berühren, wie z. B. jetzt diese zwey Stäbe in ihren Anfangs- und Endpuncten einander berühren, können sie da in ihren übrigen Puncten von einander entfernt seyn, oder müssen sie ganz zusammen fallen? K. Sie müssen ganz zusammen fallen.

L. Freylich! Hier habe ich zwey Lineale, deren Schärfen wir als gerade Linien ansehen wollen. Wenn diese zwey Schärfen in zwey Puncten einander berühren sollen, so ist das nicht anders möglich, als wenn ich sie so, wie ihr jetzt seht, ganz auf einander lege. Diese zwey geraden Linien fallen also jetzt ganz auf einander. Nun sagt mir

zum

zum Anschreiben vor, was wir jetzt von geraden Linien gelernt haben. K. Zwey gerade Linien können einander nur in Einem Puncte berühren oder durchschneiden; wenn sie aber in zwey Puncten einander berühren, so müssen sie ganz auf einander fallen.

L. Und deßwegen — will ich gleich noch hinzusetzen — können sie keinen Raum einschließen. Denn wenn z. B. diese zwey Stäbe einen Raum einschließen sollten, so müßten sie erstlich hier, (beyder Endpuncte an einander haltend) also in einem Puncte und dann auch hier (die andern beyden Endpuncte an einander bringend), also in einem andern Puncte berühren, übrigens aber nicht zusammen fallen, sondern von einander entfernt bleiben. Ist aber dieses möglich? K. Nein.

L. Aber wie, wenn diese Stäbe etwa von Bley, weichem Wachs oder Fischbein wären, dann könnte ich ja wohl den einen so ein bischen herumbiegen, daß seine beyden Endpuncte diesen andern Stab hier und hier berührten, und in der Mitte wirklich ein eingeschloßner Raum wäre, etwa so, wie ich es mit diesen beyden Papierstreifen mache? K. Ja, dann wäre ja die eine Linie nicht mehr gerade, sondern krumm.

L. Richtig! Eine gerade und eine krumme oder zwey krumme Linien können wohl einen Raum einschließen; allein zwey gerade Linien können dieß nicht thun. Nun will ich einmahl sehen, wer von euch im Stande ist, mir ein geradlinigtes Zweyeck

aus freyer Hand zu verzeichnen. K. Eine solche Figur ist ja gar nicht möglich.

L. Warum denn nicht? K. Eben weil zwey gerade Linien keinen Raum einschließen können.

L., (der eine gerade Linie AB verzeichnet hat). Jetzt lege ich in Gedanken eine gerade Linie, die ich CD nenne, so auf AB, daß beyde in zwey Puncten einander berühren: nun sagt mir geschwind, was CD für eine Richtung haben muß? K. Die nämliche, welche AB hat.

L. Warum behauptet ihr dieses? K. Weil in diesem Falle CD ganz auf AB fiele.

L. Recht! Ich will euch dieses mit diesem Faden versinnlichen. — Seht ihr? Hier und hier berührt dieser angespannte Faden, welcher nun eine gerade Linie vorstellt, die Linie AB, und der ganze Faden hat die Richtung, welche AB hat, und fällt ganz darauf. Fritz soll mir jetzt an der Tafel zwey gerade Linien, die einander schneiden, ziehen, und ihr Andern sagt mir, wie viel Puncte diese Linien mit einander gemein haben werden. K. Nur Einen.

L. In wie viel Puncten oder an wie viel Stellen werde ich also diese beyden Linien mit der Spitze dieser Feder, die wir uns als einen Punct denken wollen, zugleich oder auf Ein Mahl berühren können? K. Nur in einem einzigen.

L. Warum denn nur in einem einzigen? K. Weil sie nur einen einzigen mit einander gemein haben (nur in einem einzigen Puncte einander schneiden) können.

L. Nun,

L. Nun, Fritz, ziehe zwey gerade Linien, die einander schneiden. — Welchen Punct kann man wohl den Durchschnittspunct nennen? K. Diesen hier.

L. Was verstehst du aber unter einem Durchschnittspuncte? K. Denjenigen Punct, wo zwey Linien einander schneiden.

L. Hier habe ich ein Dreyeck A B C verzeichnet: wo müßte wohl der Punct A hin zu liegen kommen, wenn er zu gleicher Zeit, sowohl auf die eine als auf die andere dieser Linien hier (die einander schneiden) zu liegen kommen sollte? K. Gerade auf den Durchschnittspunct.

L. Gut!

II.

L. Hier seht einmahl diesen Triangel (fig. 24.) an, und sagt mir, ob ihr euch unter seinen drey Seiten nicht eine zu finden getraut, die länger oder wenigstens eben so lang, als die übrigen zusammen genommen ist. K. Eine solche ist nicht da.

L. Wenn wir also von einem (geradlinigten) Triangel immer zwey Seiten zusammensetzten und Eine Linie daraus machten und sie gegen die dritte hielten, welches wäre denn da die größere Größe? K. Die aus den zwey Seiten zusammen gesetzte Linie.

L. Ihr habt Recht, und wir dürfen als Grundsatz wieder anschreiben: In einem geradlinig-

ten Triangel sind zwey Seiten zusammen genommen alle Mahl länger, als die dritte *). Dieß weiß auch schon jedes Kind. Denn wenn ich eins fragte, ob ich eher von hier, wo ich stehe, an die Stubenthür käme, wenn ich in gerader Linie darauf zugienge, oder wenn ich erst von dieser Stelle daher an die Wand (man bezeichne einen Punct, der mit einem Punct an der Thüre und dem Orte, wo man steht, die dritte Spitze eines Triangels ausmacht,) und dann erst auf die Thüre zugienge, so würde es gewiß antworten: wenn Sie in gerader Linie auf die Thüre zugiengen. Es hielte also die einzige gerade Linie für kürzer, als die zwey andern Linien, die ich in Gedanken von meinem Standorte aus daher an diesen Punct an der Wand, und von da an die Thüre ziehen kann. Und wenn jemand ein Feld von dieser Figur (fig. 24.) hätte und in A stünde, welchen Weg würde er wohl machen, um nach B zu kommen, wenn er anders auf den kürzesten Weg dahin gelangen wollte, würde er in der Linie AB, oder in den Linien AC und CB gehen? K. In der Linie AB.

L. Warum denn? K. Weil diese Linie kürzer, als die übrigen beyden zusammen genommen ist.

L. Freylich! Der letztere Weg wäre ein Umweg, wie man zu sagen pflegt, d. h. ein längerer Weg,

*) Ich weiß wohl, daß dieser Satz von den meisten Geometern als Lehrsatz vorgetragen wird. Ich fand es aber für zweckdienlicher, hierin Hrn. Prof. Ebert zu folgen, welcher ihn auch als Grundsatz vorträgt.

Weg, als die gerade Linie, die zwischen A und B liegt, welche allein der kürzeste Weg zwischen diesen beyden Puncten seyn kann. — Jetzt will ich auch mit diesem Dreyecke (Nro. 6.) bestätigen, was ich da angeschrieben habe. Hier seht ihr, daß diese zwey Seiten dieses Dreyecks, wenn ich sie in eine gerade Linie ausstrecke und an diese dritte halte, größer sind, als die letztere. —

12.

L. Hier habe ich zwey Stäbe, bey denen ihr euch aber Mahl bloß zwey gerade Linien denken müßt. Diese beyden geraden Linien können, wie ihr seht, (beyde auf einander legend) so auf einander gelegt werden, daß ihre Endpuncte auf einander fallen, welches man anzeigt — nun mit welchem Ausdrucke? K. Sie decken einander.

L. Könnte dieses wohl möglich seyn, wenn der eine ein bischen länger als der andere wäre? K. Nein.

L. Wie werden sich also gerade Linien, welche einander decken, zu einander verhalten? K. Sie sind einander gleich.

L. Aber wenn Winkel einander decken, wie werden sie sich da zu einander verhalten müssen? K. Die müssen auch einander gleich seyn.

L. Was habt ihr jetzt von geraden Linien und Winkeln, die einander decken, behauptet? K. Daß sie einander ꝛc.

 L. Die-

L. Diesen Satz will ich wieder als einen Grundsatz anschreiben. Wie lautet er? K. Gerade Linien und Winkel, die einander decken, sind auch einander gleich.

L. Richtig! Seht! hier diese Linien (Stäbe) und diese (aus Stäben gebildete) Winkel decken einander und nun kann niemand an ihrer Gleichheit zweifeln.

13.

L. Aber wie, wenn gerade Linien einander gleich sind, sollten denn da wohl ihre Endpuncte auf einander fallen? K. Ja wohl.

L. Also decken sie einander. Wenn aber zwey Winkel einander gleich wären, könnten da auch ihre Scheitel und Schenkel auf einander fallen, wenn man sie aufeinander legte? K. Freylich.

L. Wie drückt man sich aber kurz aus, um anzuzeigen, daß man ein Paar Winkel so auf einander legen könne, daß ihre Scheitel und Schenkel auf einander fallen? K. Man spricht: sie decken einander.

L. Wenn ihr also von geraden Linien oder von zwey Winkeln wüßtet, daß sie einander gleich wären, würdet ihr noch zweifeln, ob sie einander decken oder nicht? K. Nein.

L. Dazu hättet ihr auch keinen Grund. Denn es liegt klar am Tage, daß gleiche gerade

Linien und gleiche Winkel, einander decken müssen, was ich wieder hier anschreiben will.

14.

L. Hier habe ich zwey gerade Linien, zwey Winkel und zwey Kreise (man verzeichne von jedem Paar dieser Figuren eine größere und eine kleinere). Sagt mir doch, wodurch ihr die geraden Linien von einander unterscheiden könnt (ob durch ihre Gestalt oder durch ihre Größe). K. Durch ihre Größe.

L. Und die Winkel? K. Auch durch ihre Größe.

L. Aber die Kreise? K. Ebenfalls durch ihre Größe.

L. Wie nennt man denn Dinge, die man bloß durch ihre Größe und nicht auch durch ihre Gestalt unterscheiden kann? K. Aehnlich.

L. Welche Dinge könnt ihr jetzt bloß durch ihre Größe von einander unterscheiden? K. Gerade Linien, Winkel und Kreise.

L. Mit welchem Ausdrucke kann ich anzeigen, daß man gerade Linien, Winkel und Kreise nur durch ihre Größe unterscheiden kann? K. Mit dem: gerade Linien, Winkel und Kreise sind einander ähnlich.

15.

L. Hier habe ich ein Paar Triangel (Nro. 11), welche, wie ihr seht, einander decken. Haltet ihr

nun wohl den einen von ihnen für größer als den andern? K. Nein.

L. Wie müssen sie sich also zu einander verhalten? K. Sie müssen einander gleich seyn.

L. Aber auch ihre Winkel sind in der Ordnung einander gleich und vier Seiten, wovon zwey in dem einen und zwey in dem andern gleiche Winkel einschließen, machen eine Proportion: mit welchem Worte zeigen wir diese Eigenschaft an? K. Mit dem Worte ähnlich.

L. Sind also diese beyden Triangel nur einander gleich? K. Nein, sie sind auch einander ähnlich.

L. Diese beyden Eigenschaften müssen sie haben so bald sie einander decken. So bald ihr also wißt, daß — nicht etwa bloß zwey Triangel, sondern Figuren einander decken; so könnt ihr auch von ihnen behaupten —? K. Daß sie einander gleich und ähnlich seyn müssen.

L. Hier habe ich zwey krumme Linien (zwey gleiche Bogen verzeichnend) welche auch einander decken: sollten wohl diese auch einander gleich und ähnlich seyn? K. Ja wohl.

L. Was ihr von diesen zwey krummen Linien behaupet, gilt von allen Arten derselben und ihr könnt mir nun sagen, was ich von krummen Linien und Figuren die einander decken anschreiben soll. K. Krumme Linien und Figuren die einander decken sind einander gleich und ähnlich.

16.

L. Hier (Nro. 1) und hier (Nro. 3, welche zwey Dreyecke so an einandergelegt werden, daß sie ein Quadrat bilden,) habe ich zwey gleiche Vierecke, seht doch ob sie einander decken. K. Diese decken nicht einander.

L. Hier habe ich wieder zwey gleiche Vierecke (Nro. 1 und ein Stück Papier, das einer der größern Flächen dieses Holzes gleich und ähnlich ist), seht doch, ob diese einander decken oder nicht. K. Diese decken einander.

L. Glaubt ihr nun wohl, daß gleiche Figuren einander decken? K. Nein.

L. Was meynt ihr wohl, daß ausser der Gleichheit noch erfordert werde, wenn zwey Figuren einander decken sollen? K. Sie müssen auch einander ähnlich seyn.

L. Das Nämliche ist auch der Fall bey krummen Linien. Zwey solche krumme Linien (etwa einen Bogen und eine Schlangenlinie verzeichnend) könnten, wenn man sie gerade machen könnte, beyde einerley Längen haben, also gleich groß seyn, sie würden aber, wenn man sie auf einander legte, nimmermehr einander decken. Woher mag dieses wohl kommen? K. Weil sie nicht einander ähnlich sind.

L. Richtig! Wenn werden also krumme Linien und Figuren einander decken? K. Wenn sie einander gleich und ähnlich sind.

L. Also will ich wieder anschreiben: Krumme Linien und Figuren decken einander, wenn sie einander gleich und ähnlich sind.

17.

L. Wißt ihr noch, wie viel Grad ein rechter Winkel hat? K. Neunzig.

L. Wenn nun ein Winkel nur 89 Grad hätte, wäre er denn da größer oder kleiner als ein rechter? K. Kleiner.

L. Und wenn ein anderer 91 oder 92 Grad hätte, wäre er da auch kleiner als ein rechter? K. Nein, er wäre größer.

L. Wie viel Grade muß also nothwendig jeder Winkel haben, der ein rechter seyn soll? K. Neunzig.

L. Nun will ich ein Paar Sätze als Vordersätze sagen, macht ihr den Schlußsatz, den ich wieder anschreiben will. Alle Winkel, welche eine gleiche Anzahl von Graden oder einerley Maß haben, sind einander gleich, alle rechte Winkel haben einerley Maß. K. Also müssen alle rechte Winkel einander gleich seyn.

L. Gut! Dieses seht ihr auch hier an diesen zwey rechten (mit den Stäben gebildeten) Winkeln. Sie decken einander und sind folglich —? K. Einander gleich.

L. Gesetzt

L. Gesetzt, dieser obere deckte den untern nicht, woher könnte dieses kommen? K. Weil er entweder größer oder kleiner als der untere wäre.

L. Wenn er größer als der untere, also größer als ein rechter Winkel wäre, wie hieße er alsdann? K. Stumpf.

L. Und wäre er kleiner? K. Dann wäre er spitzig.

L. So lange er aber weder stumpf noch spitzig ist, können seine Schenkel weder weiter von einander entfernt, noch näher beysammen seyn, als die Schenkel des untern. Und daraus folgt —? K. Daß beyde Winkel einander decken, also einander gleich seyn müssen.

L. Die Sätze, die ich bisher angeschrieben habe, und die man, wie ich schon Anfangs sagte, Grundsätze, d. h. solche Sätze nennt, die jeder Vernünftige, so bald er sie nur versteht, ohne allen weitern Beweis, für wahr halten muß, und die man zum Beweise anderer Wahrheiten gebraucht, müßt ihr euch nun recht bekannt machen, weil wir uns in der Folge immer auf sie berufen werden. Jetzt will ich es nur wieder mit einigen probiren und sehen, ob ihr sie recht gefaßt habt. Ich behaupte: die Hälfte von einem und die Hälfte von einem andern Winkel sind einander gleich. Was sagt ihr dazu? K. Von zwey rechten, oder von zwey gleichen schiefen Winkeln ist das wahr; aber nicht von jeden zwey Winkeln überhaupt.

L. Wenn ein Viereck so groß als ein anderes ist, so decken beyde einander. K. Wenn sie nicht auch einander ähnlich sind, so ist dieß nicht wahr.

L. Gut!

L. Gut! Alle gerade Linien decken einander. K. Es muß heißen: alle gleiche rc.

L. Wenn ein Dreyeck ein Viereck deckt, so müssen beyde Figuren einander gleich und ähnlich seyn. K. Dieser Fall ist nicht möglich.

L. Warum denn nicht? K. Weil ein Dreyeck einem Viereck nicht (geometrisch) ähnlich seyn, es folglich nie decken kann, wenn es ihm auch gleich wäre.

L. Wenn Kreise einander nicht decken, so sind sie auch einander nicht gleich und ähnlich. K. Aehnlich sind sie doch einander, wenn sie auch einander nicht decken, weil alle Kreise einander ähnlich sind.

L. Ein rechter Winkel ist einem sehr spitzigen sehr unähnlich. K. Nein, alle Winkel sind ja einander ähnlich. U. s. w.

Zweyter Abschnitt.

Von Linien, Winkeln und Figuren in Ansehung ihrer Gleichheit.

Erster Satz.

Lehrsatz.

L., (welcher mit den Stäben Nro. 5 die zwey gleichen Winkel A und a (fig. 51) gebildet und AB = ab, AC = ac gemacht hat.) Hier habe ich zwey Winkel, die eben so wie ihre Schenkel einander gleich sind. Wenn ich sage: die Schenkel dieser zwey Winkel sind einander gleich, so heißt das nicht: die Schenkel des Winkels A sind von gleicher Länge, und eben so die Schenkel des Winkels B. Um dieses anzuzeigen, hätte ich sagen müssen: die Schenkel eines jeden dieser Winkel sind einander gleich. Sondern ich will sagen: jedem Schenkel des Winkels A ist ein Schenkel vom Winkel a gleich. Nämlich AB = ab, und AC = ac. Den Winkel A hänge ich jetzt hier an die Tafel, damit ihr ihn alle sehen könnt. (Man schlage nur eine Nadel ein und hänge ihn daran.) Wenn mir jetzt jemand sagte, ich sollte den Winkel a auf A legen, so hätte er mir hiemit nicht gesagt, wie ich ihn darauf legen soll und ich könnte ihn so (man halte den Winkel a in verschiedenen Lagen auf A), so und so ꝛc. darauf legen. Wenn er mir aber die

Lage

Lage bestimmte und z. B. spräche: lege den Winkel a dergestalt auf A, daß die Puncte a und A und die Schenkel AB und ab auf einander treffen, so hienge es nicht mehr von mir ab, wie ich ihn legen wollte, die Lage, die ich ihm geben müßte, wäre mir nun vorgeschrieben. Wenn ich in der Folge sagen werde, daß ihr eine Figur auf die andere (in Gedanken) legen sollt, so werde ich euch die Lage auch vorschreiben oder bestimmen. In dieser vorgeschriebenen Lage, da nämlich a auf A und ab auf AB zu liegen kommt, will ich nun diesen Winkel da auf diesen andern legen. Ehe ich aber dieses thue, sagt mir, ob ihr nicht schon vorher mit eurem Verstande einsehen könnt, wo der Endpunct b hin zu liegen kommen müße. K. Gerade auf den Endpunct B.

L. Wie wollt ihr aber antworten, wenn ich behaupte, b müße ein bischen über B heraus, etwa in diese (hinzeigend) Gegend fallen? K. Das ist nicht möglich.

L. Warum soll es nicht möglich seyn? K. Weil ab nur so lang als AB ist. Sollte b über B heraus fallen, so müßte ja ab länger als AB seyn.

L. Aber seht (man gebe jetzt ab diese Lage) es fällt ja doch b über B heraus. K. Ja das glaub ich, jetzt liegt a nicht auf A, sondern weiter herein.

L. Ihr habt Recht! Aber was würdet ihr sagen, wenn ich behauptete: b fällt zwar auf die Linie AB, aber ein bischen über B hinein z. B. hieher (zeigend)? K. Das ist wieder nicht möglich.

L. War-

L. Warum denn dieses nicht? K. Eben weil ab = AB ist. Sollte b ein bischen über B hineinfallen, so müßte ja ab kürzer als AB seyn.

L. Freylich! Also b muß nothwendig auf B fallen, wenn ich den Winkel a in der vorhin erwähnten Lage auf den Winkel A lege. Wißt ihr wohl, nach den wie vielsten unsrer Grundsätze ich dieß behaupten kann? K. Nach dem 12ten.

L. Wie lautet dieser Grundsatz? K. Gleiche gerade Linien rc.

L. Aber nun sagt mir, wohin der Schenkel ac zu liegen kommen wird. Wird er so (man zeige dieß) über AB hinaus, oder so über ihn herein gegen AC zufallen? K. Er muß gerade auf AC fallen.

L. Warum soll er aber nicht eine andere Richtung nehmen können, als AC hat, oder: warum muß er gerade auf AC fallen? K. Weil der Winkel a und A einander gleich sind, und gleiche Winkel einander decken.

L. Das ist gut! Aber wohin muß der Punct c fallen? K. Gerade auf den Punct C.

L. Warum gerade auf diesen Punct? K. Weil ac auch so groß als AC ist.

L. Ganz recht! Was geschehen muß, wenn ich den Winkel a in der vorhin erwähnten Lage auf A bringe, hat euch jetzt schon euer Verstand gesagt, ehe ihr es mit euren Augen wahrnehmt. Jetzt sollt ihr es aber auch mit diesen sehen. — Seht ihrs! (beyde Winkel gehörig an einander haltend) alles

trifft zu. Und wenn es nicht zuträfe, so läge die Schuld nur an der Unvollkommenheit unserer Stäbe, die etwa nicht vollkommen einander gleich wären. Nun will ich an der Tafel zwey Winkel (fig. 51.) verzeichnen, welche eben, so wie ihre Schenkel, einander gleich sind. Diese Winkel wollen wir nun in Gedanken eben so auf einander legen, wie wir erst diese Stäbe auf einander gelegt haben. Wer kann mir nun die Lage bestimmen, die ich dem Winkel cab auf CAB geben muß, wenn nämlich beyde Winkel so auf einander zu liegen kommen sollen, wie vorhin diese zwey (auf die Stäbe zeigend)? K. Da muß der Winkel a dergestalt auf A zu liegen kommen, daß der Punct a auf A, und ab auf AB fällt.

L. Jetzt sagt mir, wohin b, und ac, und c zu liegen kommen müßten, wenn wir diesen Winkel a herüber auf A in die angegebene Lage legen könnten. Zugleich gebt mir aber auch die Gründe eurer Behaudtungen mit an. K. (thun dieß.)

L. Das war recht *). — Jetzt will ich sowohl die Schenkel des Winkels A, als die des Winkels a (fig.

*) Man gehe nicht eher weiter, als bis der Inhalt dieser Lection den Kindern ganz bekannt und geläufig ist. Deßhalb wiederhohle man sie einige Mahle, gebe aber dabey den Winkel immer eine andere Lage. Auch gebe man den Kindern zwey aus den Stäben Nro. 5. gebildete gleiche Winkel, bezeichne ihre Scheitel und Schenkel mit Buchstaben und spreche: jetzt lege diesen Winkel (A ꝛc.) so auf diesen (a ꝛc.), daß der Scheitel A gerade auf a und der Schenkel AB gerade auf ab zu liegen kommt.

(fig. 51.) mit einer dritten Linie verbinden, (BC und bc fig. 51. ziehend) so daß wir zwey Dreyecke bekommen. — So! Hier haben wir nun die beyden Triangel ABC und abc (fig. 51.) mit Kreide an der Tafel verzeichnet. Diese Dreyecke habe ich so verzeichnet, daß zwey Seiten und der von ihnen eingeschloßne Winkel in dem einen gerade so groß als zwey Seiten und der von ihnen eingeschloßne Winkel in dem andern sind. Nämlich AB = ab; Ac = ac und $\angle$ A = $\angle$ a. Ich will dieses an der Tafel folgender Massen bemerken: (man schreibe die vorhergehenden Formeln an,) und zugleich, um euch die Sache recht deutlich zu machen, die gleichen Stücke noch mit besondern Zeichen bezeichnen. In die gleichen Winkel will ich nämlich ein Ringlein, auf jede des einen Paars gleicher Seiten einen Strich, und des andern Paars ein Kreuzlein machen. Merkt also jetzt: die Theile, die einerley Zeichen haben, sind einander gleich. Gesetzt nun, der Winkel A hätte 45 Grad, wie viel Grad müßte da der Winkel a haben? K. Auch 45.

L. Warum behauptet ihr dieses? K. Weil ja beyde Winkel einander gleich sind.

L. Und wenn ac zwey Zoll lang wäre, wie lang müßte AC seyn? K. Auch zwey Zoll lang.

L. Woher wißt ihr dieses? K. Weil sie gesagt haben, daß beyde Seiten einerley Länge haben.

L. Und wenn AB vier Zoll lang wäre, wie lang müßte ab seyn? K. Auch vier Zoll.

L. Warum seyd ihr dieser Meynung? K. Weil rc. *)

L. Wie viel Stücke in dem einen Triangel sind gerade so, wie in dem andern? K. Drey.

L. Was für Stücke? K. Ein Winkel und zwey Seiten.

L. Ihr müßt die Lage des Winkels oder der Seiten mit angeben; denn in der Geometrie muß alles aufs genauste bestimmt werden. K. Ein Winkel und die zwey Seiten die diesen Winkel einschließen.

L. Was behaupten wir von diesen drey Stücken des einen Triangels? K. Daß sie so groß seyn, als die nämlichen drey Stücke im andern.

L. Gut! Nun wollen wir sehen, ob wir aus dem, was wir jetzt schon von diesen beyden Triangeln wissen (als bekannt annehmen), nicht etwas durch Schlüße finden können, was uns noch unbekannt ist. Wir wollen uns einmahl vorstellen, als könnten wir den Triangel ABC so (man bilde mit Nro. 6 einen Triangel, welcher so groß als ABC an der Tafel ist, decke damit den erstgenannten an der Tafel und rücke erstern (mit Nro. 6. gebildeten) dann hinüber auf abc.) wie ich es jetzt mit diesem mache, abheben und herüber auf abc legen. Ferner wollen wir uns denken, ich legte ABC so auf abc, daß der Scheitelpunct A wie vorhin just auf

*) Durch diese Fragen muß dem Kinde der Inhalt des Angenommenen (der hypothesis) zum deutlichsten Bewußtseyn gebracht werden.

auf a, und die Seite AB auch gerade auf ab zu liegen käme. Nun sagt mir, wie wir, in Gedanken nämlich, den Triangel ABC auf abc legen wollen. K. So, daß ꝛc.

L. Könnte ich wohl, wenn ich wollte, dem Triangel ABC auch eine andere als diese Lage auf abc geben, und A z. B. auf c legen? K. O ja.

L. Also ist die vorhin bestimmte Lage willkührlich, d. h. es hängt von uns ab, ob wir den Punct A auf a, und AB auf ab legen wollen oder nicht. Wenn wir aber nun den Triangel ABC so auf abc legen, auf welchen Punct in abc wird denn da wohl der Punct B fallen? K. Auf den Punct b.

L. Hängt es, wenn wir einmahl A auf a, und AB auf ab gelegt haben, von uns ab oder nicht, daß B auf b falle? K. Dieses hängt nicht von uns ab.

L. Woher kommt es denn, daß B auf b fallen muß? K. Weil die Seite AB im Triangel ABC gerade so groß ist, als die Seite ab in abc.

L. Nun zeige mir doch einer von euch hier an der Tafel, wie weit ungefähr die Seite AC rechts über ac hinausfallen würde? K. Sie wird gar nicht darüber hinausfallen.

L. Woher wißt ihr denn dieses so ganz gewiß? K. Weil der Winkel A nicht größer als a ist.

L. Wohin wird denn die Seite AC zu liegen kommen? K. Auf ac.

L. Warum muß sie gerade auf diese Seite zu liegen kommen? K. Weil die Winkel A und a

 einan-

einander gleich sind, und gleiche Winkel einander decken.

L. Das ist richtig. Aber wohin wird C zu liegen kommen? K. Gerade auf c.

L. Warum muß dieser Punct, C nämlich, gerade auf c zu liegen kommen?. K. Weil rc.

L. Gut! Bisher ist alles, wie vorhin, als wir nur diese zwey Winkel in Gedanken auf einander legten. Nun sagt mir, ob die Puncte B und C nur von AB und AC oder noch von einer andern geraden Linie die Endpuncte sind. K. Sie sind auch noch von einer andern geraden Linie, nämlich von BC die Endpuncte.

L. Und dasselbe ist der Fall mit den Puncten b und c, welche auch die Endpunct von der Seite bc sind. Was müssen wir nun von den Seiten BC und bc behaupten, da man sie so auf einander legen kann, daß ihre Endpuncte, also ihre Grenzen, auf einander fallen? K. Daß sie einander decken.

L. Und was sagt uns einer unserer Grundsätze von geraden Linien, die einander decken? K. Das sie einander gleich sind.

L. Ganz recht! Nun könnt ihr wohl sagen, ob diese beyden Triangel, wenn man sie gehörig auf einander legte, einander decken würden oder nicht. K. Sie würden einander decken.

L. Allerdings! Es fielen ja alle ihre Grenzen auf einander. Sie würden einander gerade wie diese zwey (von Stäben Nro. 5 und 6. gebildeten, die man nun auf einander legt) decken. Was müssen

sen wir aber (in Ansehung der Gleichheit und Aehnlichkeit) von Figuren, die einander decken, behaupten? K. Daß sie einander gleich und ähnlich seyn.

L. Was haben wir also jetzt von unsern beyden Triangeln herausgebracht? K. Daß sie einander gleich und ähnlich sind.

L. Und wie haben wir dieses erfahren, durch unmittelbares Aufeinanderlegen oder durch Schlüße? K. Durch Schlüße.

L. Ehe wir aber unsere Schlüße machen konnten, mußten wir schon etwas Gewisses von diesen beyden Triangeln wissen: was war dieß? K. Daß zwey Seiten und der von ihnen eingeschloßne Winkel in dem einen rc.

L. Nun merkt einen sehr wichtigen Satz. Wenn der Fall, den ihr erst angeführt habt, bey irgend zwey oder drey oder mehrern Triangeln, sie mögen groß oder klein, wie diese hier an der Tafel oder anders gestaltet seyn, Statt findet, wenn nämlich zwey Seiten nebst dem von ihnen eingeschloßnen Winkel in einem Triangel so groß als in einem andern sind, so müssen beyde einander decken, folglich auch einander gleich und ähnlich seyn. Daß dieses aber so seyn müsse und gar nicht anders seyn könne, fällt nicht so gleich in die Augen, sondern muß erst erwiesen oder durch Schlüße heraus gebracht werden. Ein solcher Satz aber, der eine Behauptung enthält, deren Wahrheit nicht sogleich einleuchtet, sondern erst erwiesen wer-

den muß, heißt in der Geometrie ein Lehrsatz. Dieser Satz: Wenn zwey Seiten nebst dem von ihnen eingeschloßnen Winkel in einem Triangel ꝛc. ist also ein Lehrsatz. Ihr kennt nun zwey Arten von Sätzen, nämlich —? K. Grundsätze und Lehrsätze.

L. Wie sind denn beyde Arten von einander unterschieden? K. (geben die Unterschiede an) — —

L. Nun mehr haben wir ein Merkmahl, woran wir so gleich sehen können, daß zwey Triangel einander gleich und ähnlich sind. So oft wir nun in der Folge dieses Merkmahl an zwey Triangeln finden, so können wir von ihnen sicher behaupten —? K. Daß sie einander gleich und ähnlich seyn.

L. Richtig! Nun wollen wir unsere beyden Triangel an der Tafel noch etwas genauer betrachten, und die Lage von je zwey und zwey gleichen Stücken, wovon das eine dem einen, das andere dem andern Triangel angehört, durch ein gewisses Merkmahl bestimmen lernen. Von welchen Winkeln sagte ich euch gleich Anfangs, daß sie einander gleich seyn? K. Von den Winkeln A und a.

L. Welches sind denn in beyden Triangeln die diesen Winkeln gegen über stehenden Seiten? K. BC nnd bc.

L. Wie verhalten sich diese beyden Seiten zu einander? K. Sie sind einander gleich.

L. Da hätten wir also in diesen beyden Triangeln Ein Mahl den Fall, wo gleichen Winkeln (mit beyden Händen auf A und a zeigend) gleiche Seiten

ten (mit beyden Händen auf BC und bc zeigend) und umgekehrt gleichen Seiten gleiche Winkel gegen über stehen. Wer sucht mir nun außer A und a zwey andere Winkel in beyden Triangeln auf, die einander gleich sind? K. B ist gleich b.

L. Woher können wir wissen, daß diese beyden Winkel einander gleich seyn müssen? K. —

L. Wie verhalten sich Winkel zu einander, die einander decken? K. Diese sind einander gleich.

L. Als wir vorhin in Gedanken den einen dieser Triangel auf den andern legten, deckten denn da die Winkel B und b einander oder nicht? K. Sie deckten einander.

L. Freylich! B kam ja auf b, BA auf ba und BC auf bc zu liegen. Woher können wir nun wissen, daß die Winkel B und b einander gleich sind? K, Weil sie einander decken.

L. Welches sind denn die den Winkel B und b gegen über stehenden Seiten? K. AC und ac.

L. Wie verhalten sich diese Seiten zu einander? K. Sie sind auch einander gleich.

L. Da hätten wir also zum zweyten Mahle den Fall in diesen beyden Triangeln, daß gleichen Winkeln gleiche Seiten und gleichen Seiten gleiche Winkeln gegen über stehen. Nun sagt mir, ob noch ein Paar Winkel, außer A und a, B und b, in diesen beyden Triangeln einander gleich sind. K. Ja, C und c.

L. Woher wißt ihr dieses? K. Weil sie einander decken.

L. Und wie verhalten sich die Seiten, die diesen Winkeln gegen über stehen? K. Auch diese sind einander gleich.

L. Wenn nun jetzt Carl behauptete: in diesen beyden Triangeln stehen immer gleichen Winkeln gleiche Seiten, und gleichen Seiten gleiche Winkel gegen über, würdet ihr seiner Meynung seyn oder nicht? K. Wir würden seiner Meynung seyn.

L. Was würdet ihr also mit Carln zugleich behaupten? K. Daß in diesen beyden Triangeln immer ꝛc.

L. Diese eure Behauptung wäre ganz richtig, gälte aber nicht etwa bloß von diesen beyden, sondern von jedem Paar gleicher und ähnlicher (congruenter) Triangel. Immer stehen in zwey gleichen und ähnlichen Triangeln gleiche Seiten gleichen Winkeln, und gleiche Winkel gleichen Seiten gegen über. Und in zwey solchen Triangeln heißen immer je zwey und zwey Stücke, die einerley Namen, also entweder den Namen Winkel oder Seiten führen, und gleichen Theilen gegen über liegen, gleichnamige Theile. So sind z. B. A und a gleichnamige Theile. Weil beyde Stücke Winkel sind, und gleichen Seiten gegen über liegen. Man sagt auch: A ist der gleichnamige Winkel von a. Welches wird denn wohl der gleichnamige Winkel von B seyn? K. b

L. Woher wißt ihr dieses? K. Weil B und b gleichen Theilen nämlich den Seiten A C und a c gegen über liegen.

L. Aber

L. Aber welches ist die gleichnamige Seite von bc?. K. BC.

L. Wenn ich aber dieser eurer Behauptung keinen Glauben beymessen wollte, wie würdet ihr sie beweisen? K. BC und bc sind ja zwey Seiten von congruenten Triangeln, welche gleichen Winkeln gegen über liegen.

L. Das ist recht! Wie verhalten sich denn in unsern Triangeln immer zwey gleichnamige Theile zu einander? K. Sie sind einander gleich.

L. Und das ist der Fall in jeden zwey gleichen und ähnlichen Triangeln. — Hier haben beyde Triangel einerley Lage, d. h. alle gleichnamigen Theile liegen nach einerley Gegend, z. B. die Winkel A und a nach oben, die Seiten AC und ac rechter Hand hin. Aber in einer solchen Lage werden nicht immer die gleichen und ähnlichen Triangel, welche wir zu betrachten haben werden, sich befinden, daher muß ich euch ein bischen im Aufsuchen der gleichnamigen Theile zweyer Triangel, welche eine verschiedene Lage haben, üben. Hier seht diese Figur (fig. 46) an und sagt mir, erstlich was wir von diesen beyden Triangeln ExB und CxA nur zu wissen brauchen, um daraus schließen zu können, daß sie einander gleich und ähnlich seyn müssen. K. Wir brauchen nur zu wissen, daß in dem einen zwey Seiten nebst dem von ihnen eingeschloßnen Winkel so groß sind, als zwey Seiten ꝛc.

L. Richtig! Dieß Merkmahl ist wirklich vorhanden. Der Winkel x ist dem Winkel u gleich, die Seite uA in dem einen Triangel ist so groß als

die Seite xE in dem andern, und eben so ist xB so groß als uC. Was könnt ihr also, da ihr dieses wißt, von diesen beyden Triangeln behaupten? K. Daß sie einander gleich und ähnlich seyn.

L. Richtig! Aber jetzt will ich sehen, ob ihr mir alle gleichnamigen Theile und zugleich den Grund, warum ihr sie für gleichnamig haltet, angeben könnt. K. Die Seiten CA und EB liegen gleichen Winkeln gegenüber, und müssen folglich gleichnamige Theile seyn; die Winkel B und C, so wie A und E liegen gleichen Seiten gegenüber, und müssen daher ebenfalls gleichnamige Theile seyn u. s. w.

L. Beym Aufeinanderlegen gleicher und ähnlicher Triangel müssen alle Mahl die gleichnamigen Theile auf einander treffen, daher wir z. B. den Triangel ExB, wenn wir ihn in Gedanken auf den andern legen wollten, also (man zeige dieß mit einem hölzernen Dreyecke) *) herumgedreht uns denken müßten.

Man verzeichne noch mehr congruente Triangel in verschiedenen Lagen, und lasse die gleichnamigen Theile aufsuchen und bezeichne sie mit besondern Zeichen, wie in fig. 51.

L. Jetzt will ich doch sehen, ob eins von euch im Stande ist, mir im zusammenhängenden Vortrage

*) Es ist durchaus nothwendig, dieses den Kindern recht zu versinnlichen, weil sich fast kein Anfänger die Figuren in veränderter Lage recht deutlich vorstellen und nicht leicht begreifen kann, wie z. B. B auf C zu liegen kommt.

trage zu beweisen, daß diese 2 Triangel (fig. 51), in deren einem die 2 Seiten AB und AC nebst dem eingeschlossenen Winkel A gerade so groß sind, als in dem andern die Seiten ab und ac mit dem Winkel a, einander decken, also auch einander gleich und ähnlich seyn müssen. K. Wenn man in Gedanken ABC auf abc dergestalt legt, daß der Punct A auf a, und AB auf ab zu liegen käme, so müßte nothwendig der Punct B auf den Punct b fallen, weil beyde Seiten einander gleich sind u. s. w. *)

L. Jetzt mache ich hier zwey Winkel (fig. 13 und 14) und zwar in dem einen die Schenkel so groß, wie in dem andern, verbinde in beyden die Endpuncte der Schenkel mit geraden Linien und behaupte nun, zwey gleiche und ähnliche Dreyecke gebildet zu haben. K. Ey! Das ist nicht wahr.

L. War-

*) Anfängern, und insbesondere solchen, die nicht schon von dem Augenblicke an, wo sie das ABC lernten, angehalten worden sind, zu denken und ihre Gedanken in gehöriger Ordnung und bestimmt auszudrücken, wird es schwer, die Beweise so zusammenhängend, wenn sie sie anders nicht buchstäblich auswendig gelernt haben, vorzutragen. Dieß muß aber die Geduld des Lehrers nicht ermüden, und ihn nicht abhalten, seine Lehrlinge dahin zu bringen, daß sie diese Fertigkeit erlangen. Ich für meine Person bereite meine Schüler hiezu schon vor, wenn sie anfangen lesen zu lernen, wie mein Versuch einer pract. Anweis. rc. 1. B. beweist.

L. Warum nicht? K. Weil die zwischen den gleichen Schenkeln liegenden Winkel nicht einander gleich sind.

L. Nun so will ich jetzt zwey gleiche Winkel machen (man mache aber die Schenkel in dem einen länger als in dem andern), beyder Schenkel Endpuncte wieder mit geraden Linien verbinden und also auf diese Art zwey gleiche und ähnliche Dreyecke bilden. K. Die sind ja wieder nicht einander gleich und ähnlich.

L. Warum denn diese nicht? K. Weil die Schenkel, welche gleiche Winkel einschließen, in dem einen nicht so groß als in dem andern sind.

L. Da habt ihr freylich Recht! Nun sagt mir doch, wenn ich von zehn Kindern jedem zwey solche Stäbe, den einen von neun den andern von sechs Zoll Länge gäbe, und sagte, daß sie damit einen Winkel von 45 Grad bilden und dessen Schenkel an ihren Endpuncten mit einem dritten Stabe verbinden sollten, ob da an Größe und Gestalt verschiedene Triangel zum Vorschein kommen könnten? K. Nein.

L. Warum nicht? K. Weil alle Triangel, welche darin mit einander übereinstimmen, daß in einem von ihnen 2 Seiten mit dem von ihnen eingeschlossenen Winkel so groß sind, als diese nämlichen Stücke in den übrigen, einander gleich und ähnlich seyn müssen.

L. Gut! Wie aber, wenn ich sagte: hier hat jeder 2 Stäbe, wovon der eine 9, der andere 6 Zoll lang ist, jeder bilde damit einen Winkel von 45 Grad

und verbinde dann dessen Schenkel mit einem dritten Stabe, könnten wohl dann an Gestalt und Größe verschiedene Triangel entstehen? K. Ey ja wohl *).

L. Warum sagt ihr jetzt: ja, da ihr vorhin auf die nämliche Frage mit nein geantwortet habt? K. Weil Sie jetzt nicht gesagt haben, daß die Endpuncte der Schenkel verbunden werden sollen, es könnte also der eine Knabe die Schenkel seines Winkels näher am Scheitel als der andere verbinden, und dann würden nicht in dem einen dieser Triangel 2 Seiten so groß als in allen übrigen seyn.

L. Das war gut und mit gehöriger Uiberlegung geantwortet! Jetzt will ich hier oben an der Tafel, wohin Carl rc. nicht reichen kann, einen Triangel (ABC) und hier unten einen andern von gleicher Größe und Gestalt verzeichnen, und die gleichnamigen Seiten mit den nämlichen aber kleinen Buchstaben, also mit abc bezeichnen (man thue dieses alles wirklich). Nun sagt, ob Carl, ohne auf eine Bank rc. zu steigen oder einen langen Stock rc. zu Hülfe zu nehmen, nicht erfahren könnte, wie lang die Seite AC im obern Triangel ist. K. Ja.

L. Wie

*) Recht aufmerksame und von Jugend auf zum Denken gewöhnte Kinder und mit denen insbesondere öfters Uibungen im Auffinden des Sinnes eines bald bestimmt, bald unbestimmt ausgedrückten Satzes angestellt worden sind, wozu ich den Lehrern Winke in jedem Bändchen meines Versuchs einer pract. Anw. rc. gegeben habe, geben obige Antwort.

L. Wie denn? K. Wenn er die Seite ac in abc mäße.

L. Aber er soll ja erfahren, wie lang AC, und nicht wie lang ac ist. K. Da aber beyde Triangel einander gleich und ähnlich sind, so sind auch die gleichnamigen Seiten einander gleich, wenn man daher ac mißt, so ist es eben so viel, als wenn man AC mäße.

L. Das ist recht! In der Folge werden wir es bisweilen so machen*).

Zweyter Satz.

Lehrsatz.

L. Hier (fig. 52) habe ich wieder 2 Triangel verzeichnet, wovon der eine einige Stücke von derselben Größe hat, wie der andere. Diese gleichen Stücke habe ich, wie letzthin, mit gleichen Zeichen bezeichnet. Ich will nun sehen, wer von euch dadurch in den Stand gesetzt ist, mir zu sagen, was in dem einen Triangel gerade so ist, wie in dem andern. K. In dem einen ist 1) eine Seite so groß wie in dem andern, 2) sind auch zwey Winkel in dem einen zweyen Winkeln in dem andern gleich.

L. Das

*) Es ist sehr gut, wenn diese Lection in einigen der folgenden Lehrstunden wiederhohlt wird, weil man mit Anfängern durchaus nicht eilen darf.

L. Das ist recht! Nur müssen wir die Lage der Winkel bestimmen. Liegen in beyden Triangeln die Winkel an den gleichen Seiten oder nicht? K. Sie liegen an den gleichen Seiten.

L. Nun können wir das, was uns von diesen beyden Triangeln bekannt ist, also ausdrücken: in dem einen dieser zwey Dreyecke ist eine Seite mit den anliegenden Winkeln gerade so groß, als (diese Stücke) in dem andern.

L. Nämlich:

$$bc = BC$$

$$\angle b = B$$

$$\angle c = C.$$

(Diese Formeln schreibe man an die Tafel) Gesetzt nun, wir wüßten jetzt, daß der Winkel b 60 Grad hielte, wie viel Grad müßte da der Winkel B halten? K. Auch 60.

L. Und wenn c etwa 50 Grad hielte, wie viel müßte da C halten? K. Auch 50. —

L. Wenn wir nun herausbringen könnten, daß zwey solche Dreyecke einander decken müssen, was könnten wir alsdann von ihnen behaupten? K. Daß sie einander gleich und ähnlich wären.

L. Wir wollen sehen, was wir durch unser Nachdenken herausbringen. Stellt euch nun wieder vor, ich könnte das Dreyeck abc, dessen Stellvertreter dieses hier (man halte eins mit den Stäben Nro. 6 gebildet, welches so groß als abc ist, bereit,) seyn soll, von seiner Stelle nehmen und es so, wie ich es mit diesem (von Stäben gebildeten) mache, auf ABC legen; stellt euch ferner vor, ich legte es so darauf,

daß die Puncte b und B, c und C auf einander fallen, oder sollte dieses, daß nämlich b auf B, und c auf C zu liegen kommt, etwa nicht möglich seyn? K. Ja.

L. Aus welchem Grunde bejahet ihr dieses? K. Weil beyde Seiten einander gleich sind.

L. Und gleiche Linien, sagt euch einer eurer Grundsätze —? K. Decken einander.

L. Ich lege also in Gedanken abc so auf ABC, daß b auf B und c auf C, folglich die Seite bc auf BC fällt, und die diesen Seiten gegenüber stehenden Spitzen nach einerley Gegend zu gekehrt sind. Seht, so wie ich jetzt diesen hölzernen Triangel auf ABC lege. Nun sagt mir (den hölzernen Triangel bey Seite legend), wohin die Seite ba zu liegen kommen muß. K. Auf BA.

L. Wie aber, wenn ich behauptete, es müsse etwas über BA hinaus, nämlich so (man bilde mit den Stäben Nro. 5 einen Winkel so groß wie b, halte ihn auf B und rücke dabey den Schenkel ba in die Lage BD) fallen? K. Das kann nicht geschehen.

L. Warum nicht? K. Weil ja der Winkel b nicht größer als B ist.

L. Nun so könnte doch ba etwa über BA herein, etwa so (in die Richtung BE) fallen? K. Dann müßte ja b kleiner als B seyn.

L. Ihr habt Recht! ba kann nur auf BA fallen, weil —? K. Der Winkel b so groß als B ist.

L. Und also beyde Winkel einander decken müssen. Aber nun sagt mir, ob der Endpunct a auf

BA

BA oder außerhalb dieser Linie etwa in i oder l zu liegen komme. K. Er muß auf BA zu liegen kommen.

L. Warum? K. Weil die ganze Linie ab auf AB fällt, so muß ja auch ihr Endpunct dahin fallen.

L. Das ist richtig! Wissen wir denn aber schon, ob ba kürzer oder eben so lang, oder länger als BA ist? K. Nein.

L. Könnt ihr mir also jetzt schon sagen, ob der Punct a über A herein, etwa nach c zu oder gerade auf A oder wenn wir uns BA nach G verlängert vorstellen, über A hinaus, also auf die verlängerte Linie fallen müsse? K. Nein.

L. Warum könnt ihr mir dieses jetzt nicht sagen? K. Weil wir nicht wissen, ob ba kürzer, oder eben so lang, oder länger als BA ist.

L. Richtig! Wir wissen jetzt nur so viel: der Punct a muß irgend wohin auf die Linie BA, und wenn sie zu kurz wäre, auf ihre nach G hin liegende Verlängerung fallen. Dieß wollen wir einstweilen merken. Nun sagt mir wohin ca zu liegen kommen müßte, wenn ich abc in der vorhin bestimmten Lage auf ABC legte? K. Gerade auf CA.

L. Woher wißt ihr dieses? K. Weil die Winkel c und C einander gleich sind.

L. Ihr habt Recht! Es ist hier derselbe Fall, wie bey ba und BA. Nun sagt mir, von welchen

P 2 Linien

Linien der Punct a ein Endpunct ist. K. Sowohl von b a als auch von c a.

L. Richtig! Da nun die Linie c a auf C A, wie ihr gesagt habt, fallen muß, auf welche Linie wird denn da ihr Endpunct a auch fallen müssen? K. Auch auf C A.

L. Gut! Vorhin fanden wir, daß der Punct a auf die Linie B A, und jetzt fanden wir, daß er auch auf C A fallen müsse. Nun sagt mir, ob in dem Triangel A B C ein Punct vorhanden ist, der so wohl der Seite B A als der Seite C A zugehört. K. Ein solcher ist vorhanden.

L. Welcher ist es denn? K. Es ist der Punct A.

L. Ist denn außer A irgendwo noch ein Punct vorhanden, der in den Linien B A und C A zugleich läge? K. Nein.

L. Wenn also A nur der einzige Punct ist, von dem man behaupten kann, daß er zugleich B A und C A angehöre, wohin wird da der Punct a fallen müssen, daß man sagen kann: er liegt so wohl in B A als in C A? K. Gerade auf A.

L. Da läge er freylich so wohl in B A als auch in C A. Aber könnte er denn nicht etwa auf c oder n fallen? K. Nein.

L. Warum nicht? K. Weil er dann nicht in B A und C A zugleich läge.

L. Und das wäre auch der Fall wenn er über A hinaus nach G oder U zu zu liegen käme. Also a muß nothwendig auf A zu liegen kommen, wenn wir a b c in der Anfangs bestimmten Lage auf

A B C

ABC legen. Wie müssen sich aber die Seiten ba und BA zu einander verhalten? K. Sie müssen einander gleich seyn.

L. Womit beweist ihr mir dieses? K. Ihre Endpuncte fallen auf einander, folglich decken sie einander, und müssen also einander gleich seyn.

L. Seht ihr jetzt, was es euch nützt, daß ihr die Grundsätze neulich gelernt habt! Durch sie seyd ihr im Stande, Beweise zu führen. Sollten denn wohl auch ca und CA einander gleich seyn? K. Ja wohl.

L. Wie beweist ihr dieses?. K. (wie vorhin).

L. Aber wie verhält sich der ∠ A zu ∠ a? K. Sie sind auch einander gleich.

L. Warum behauptet ihr dieses? K. Weil sie einander decken.

L. Nunmehr könnt ihr mir sagen, ob diese beyden ganzen Triangel einander decken oder nicht. K. Sie decken einander.

L. Freylich! Wir haben ja gefunden, daß alle ihre Grenzen auf einander fallen. Was sagt uns aber einer unserer Grundsätze von Figuren, die einander decken? K. Daß sie einander gleich und ähnlich seyn müssen.

L. Was müssen wir also auch von diesen beyden Triangeln, von denen wir jetzt wissen, daß sie einander decken, behaupten? K. Daß ꝛc.

L. Wenn aber jetzt jemand hereinträte und von euch den zusammenhängenden Beweis verlangte, daß diese beyden Triangel in allen ihnen Grenzen auf

 ein-

einander fallen, also einander decken müssen, wenn man sie gehörig auf einander legt, wie wolltet ihr diesen führen? K. (versuchen der Reihe nach, den Beweis zusammenhängend vorzutragen.)

L. Was ihr jetzt von diesen beyden Triangeln bewiesen habt, das gilt von jeden zwey Triangeln in der Welt, wovon der eine eine Seite mit den anliegenden Winkeln so groß hat, als diese drey Stücke in dem andern sind. Und nun haben wir zwey Merkmahle, an denen man die Gleichheit und Aehnlichkeit zweyer Triangel erkennen kann Wer kann mir jetzt beyde Merkmahle angebeu? K. 1) Wenn zwey Seiten und der dazwischen liegende Winkel ꝛc; 2) wenn Eine Seite und die anliegenden Winkel ꝛc.

L. Nun sagt mir, ob der Satz: wenn in einem Dreyecke eine Seite mit den anliegenden Winkeln gerade so groß wie eine Seite mit den anliegenden Winkeln in einem andern ist; so sind beyde einander gleich und ähnlich, ein Lehr- oder ein Grundsatz ist. K. Ein Lehrsatz.

L. Warum nennt ihr ihn so? K. Weil die Wahrheit, die er enthält, erst erwiesen werden muß.

L. Ihr kennt nun schon zwey Lehrsätze, wer von euch drückt sie mir recht bestimmt aus? K. (thun dieses.) *)

L. Hier

*) Ich lasse dieses von Zeit zu Zeit thun, um den Kindern die Wahrheiten tief einzuprägen und sie im bestimmten und ordentlichen Gedankenausdruck zu üben.

L. Hier (fig. 53) habe ich zwey Linien von gleicher Länge, an der ersten liegt rechts ein Winkel von 50 und links einer von 30 Grad, an der zweyten liegt links ein Winkel von 50 und rechts einer von 30 Grad. Jetzt ist die Frage, wie sich die beyden Triangel zu einander verhalten müssen, die ich aus den gegebenen Stücken machen kann? K. Diese müssen einander gleich seyn*).

L. Aus welchen Gründen behauptet ihr dieses? K. Weil dann in dem einem Triangel eine Seite mit den anliegenden Winkeln gerade so groß wäre, als eine Seite mit den anliegenden Winkeln im andern.

L. Aber ich denke, die an den gleichen Seiten liegenden Winkel würden nicht in dem einen so groß wie in dem andern seyn, da der eine rechts liegende Winkel 50 der andere 30, und der eine links liegende 30 der andere 50 Grad hält? K. (geben hier verschiedene Antworten, manche lassen sich irre machen, manche wissen sich in die Sache zu finden und sagen:) das thut nichts, es würden nur nicht gleichnamige Theile einerley Lage haben, oder: man dürfte nur den einen Triangel herum legen, so wären ein Paar Winkel, wovon jeder 50 Grad hält auf der einen und ein Paar, wovon jeder 30 hielt, auf der andern Seite.

L. Gut geantwortet! Ich will die Triangel jetzt vollenden und dann sollt ihr mir alle gleichnamigen Theile

*) Die Antwort aufmerksamer Kinder, die das Vorhergehende recht gefaßt haben.

Theile wieder mit einerley Zeichen bezeichnen. (Der Lehrer zieht die punctirten Linien und die Kinder machen die verlangten Zeichen.) Nun sagt mir aber auch, woher ihr wußtet, daß 1) die mit zwey Strichen und die mit Kreuzchen versehenen Seiten gleichnamig sind? K. Weil sie gleichen Winkeln gegen über stehen.

L. Und warum haltet ihr die mit Ringlein bezeichneten Winkel für gleichnamig? K. Weil sie gleichen Seiten gegenüber stehen.

L. Nun ist es euch leicht, mir zu sagen, welche Seiten auf einander zu liegen kommen müßten, wenn ich die Triangel so auf einander legen wollte, daß sie einander deckten. K. (sagen dieß.)

L. Jetzt will ich einmahl aus den vorhin gegebenen Stücken zwey Triangel und zwar in der nämlichen Lage, in welcher die an der Tafel sind, auf dem Papiere *) zeichnen, und dann ihre Seiten mit dem Zirkel und ihre Winkel mit dem Transporteur ausmessen, damit ihr euch auch durch eure Augen überzeugen könnt, daß alle mit gleichen Zeichen bezeichneten Theile einander gleich sind **).

Drit-

*) Weil man da die Linien feiner machen und die Winkel mit dem Transporteur genauer messen kann.

**) Man unterlasse ja nicht, immer auch, nachdem man den Verstand überzeugt hat, die Augen, daß ich so sage, zu überzeugen. Denn bey Kindern heißt es gewöhnlich: was die Augen sehen, glaubt das Herz, und der Ausruf: ey

Dritter Satz.

Lehrsatz.

L. Sollten wohl in dem Dreyecke ABC (fig. 54) nicht ein Paar Seiten zu finden seyn, die einander gleich sind? K. Ja.

L. Welche wären es denn? K. BA und CA.

L. Warum glaubt ihr denn, daß diese Seiten einander gleich sind? K. Weil es die Halbmesser eines Kreises sind.

L. Richtig! Ihr habt jetzt einen Schluß gemacht, denn ich noch Ein Mahl ganz vollständig hören möchte. K. Alle Halbmesser eines Kreises sind einander gleich, die Seiten BA und CA in dem Dreyecke BAC sind Halbmesser ꝛc. folglich ꝛc.

L. Hier habt ihr abermahls einen unserer Grundsätze zum Obersatz eines Schlußes gemacht und daraus gefolgert, daß ꝛc. Nun sagt mir, wie wir das Dreyeck ABC wegen der jetzt bemerkten Eigenschaft nennen müssen. K. Gleichschenklicht.

L. Richtig! Jede Größe läßt sich wirklich oder in Gedanken halbiren ꝛc.: glaubt ihr denn nun wohl, daß es möglich sey, diesen Winkel A in zwey gleiche Theile zu theilen? K. Ja wohl.

L. Warum glaubt ihr dieses? K. Eben weil man jede Größe halbiren kann.

 L. Wie

ey ja! der bey solchen Gelegenheiten gewöhnlich Statt findet, ist ein Beweis, wie viel die sinnliche Anschauung bey ihnen vermag.

L. Wie man einen Winkel, ohne das Augenmaß zu Hülfe zu nehmen, halbirt, werdet ihr erst in der Folge lernen. Ich, der ich dieses schon kann, will nun den Winkel A durch die Linie AD und dadurch zugleich das ganze Dreyeck halbiren, und ihr müßt mir einstweilen aufs Wort glauben *), daß nur der Winkel A halbirt oder in die zwey gleichen Winkel m und n zertheilt ist. Jetzt sagt mir, wie viel Dreyecke wir aus ABC gemacht haben. K. Zwey.

L. Nennt mir sie mit Buchstaben. K. ABD und ADC.

L. Ich will jetzt beyde aus einander gerückt (fig 55) herzeichnen, damit ihr bey ihrer Vergleichung nicht leicht irre werdet. Jetzt denkt einmahl genau nach, und seht, ob ihr in diesen beyden Dreyecken ABD und ADC nicht das eine oder das andere der euch bekannten Merkmahle findet, aus denen man die Gleichheit und Aehnlichkeit zweyer Dreyecke beweisen kann. K. (finden öfters das vorhandene Merkmahl der Congruenz, öfters auch nicht. Im letztern Falle fahre man fort:)

L. Wie

*) Der strenge Mathematiker verzeihe, daß ich hier etwas anticipire und meine Schüler nur auf meinen Ausspruch verweise. Ich habe es gethan, weil ich bey Kindern durch dieß Verfahren meinen Zweck leichter erreiche, als wenn ich durch Verlängerung der beyden gleichen Seiten 2c. den gewöhnlichen Beweis des jetzt zu lernenden Lehrsatzes führe.

L. Wie muß sich wohl die Seite A C im Triangel A D C (fig. 55) zur Seite A B im Triangel A B D verhalten? K. Sie muß ihr gleich seyn.

L. Woher wißt ihr dieß? K. Weil dieß die zwey gleichen Seiten eines gleichschenklichten Triangels sind.

L. Welchem Dreyecke gehört denn die Seite A D (fig. 54) zu? K. Sie gehört beyden gemeinschaftlich.

L. Richtig! Diese gemeinschaftliche Seite ist hier (fig. 55) zwey Mahl gezeichnet. Nun könnt ihr mir wohl sagen, wie sich A D in A D C (fig. 55) zu A D in A D B verhalten muß? K. Beyde müssen einander gleich seyn.

L. Warum? K. Weil es doch im Grunde nur eine und die nämliche Seite ist.

L. Aber wie verhalten sich die Winkel m und n zu einander? K. Auch diese sind einander gleich.

L. Woher wißt ihr dieses? K. Weil es ja die Hälften eines ganzen Winkes (des Winkels A) sind.

L. Nun bezeichnet wieder, wie wir schon einige Mahle gethan haben, die Stücke, die in beyden Triangeln gleich groß sind, mit einerley Zeichen. K. (machen die Zeichen fig. 55.)

L. Jetzt drückt mir mit Worten aus, was in dem einen dieser Triangel so groß als in dem andern ist. K. In dem einen dieser Triangel sind zwey Seiten nebst dem von ihnen eingeschloßnen Winkel ꝛc.

L. Und was können wir hieraus schließen? K. Daß beyde Triangeln einander gleich und ähnlich seyn müssen.

L. Nun

L. Nun gebt mir die übrigen gleichnamigen Stücke in diesen beyden Triangeln (fig. 55) an. K. Die Seite BD und DC, der ∠ B und ∠ C, und der ∠ D in ADB, und der ∠ D in ADC.

L. Jetzt nennt mir die nämlichen gleichnamigen Stücke hier in dieser Figur (fig. 55). K. (thun dieß.)

L. Wenn ich also dieses eine (rechtsstehende) Dreyeck (fig. 55) so auf das andere (linksstehende) da legen wollte, daß beyde einander deckten, so müßte ich es so (man zeige dieß vermittelst Nro. 3) herüber wenden oder herum drehen. — Jetzt sagt mir doch, wie sich hier in dieser Figur (fig. 54) der ∠ B zu dem ∠ C verhält. K. Sie sind beyde einander gleich.

L. Jetzt lösche ich die Linie AD (und alle Buchstaben), die in diesem Dreyecke ABC (fig. 54) gezogen ist, wieder weg. — Ist nun eine Veränderung mit den Winkeln B und C vorgegangen? K. Nein.

L. Wie müssen sie sich also noch zu einander verhalten? K. Sie müssen noch einander gleich seyn.

L. Die dritte Linie in einem gleichschenklichten Triangel, welche außer den zwey gleichen Seiten noch vorhanden seyn muß, heißt die Grundlinie. Welches wird also hier (fig. 54) die Grundlinie seyn? K. BC.

L., (welcher das Dreyeck HIK fig. 54 noch verzeichnet hat). Sollte wohl dieses Dreyeck auch gleichschenklicht sey? K. Ja.

L. War-

L. Warum behauptet ihr dieses? K. Weil ꝛc.

L. Welches wäre denn wohl seine Grundlinie? K. IK.

L. Nun sagt mir, ob die Grundlinie eines an unserer Tafel verzeichneten gleichschenklichten Triangels etwa alle Mahl unterwärts liegen müsse? K. Nein.

L. Freylich nicht! Sie kann nach jeder Gegend hin liegen. Dieß merkt recht, damit ihr, wenn ich in der Folge ein gleichschenklichtes Dreyeck in dieser Lage HIK zeichne, nicht irre werdet. — Nun seht unser Dreyeck ABC wieder an. Um die Lage der gleichen Winkel B und C anzugeben oder zu bestimmen, spricht man: sie liegen an der Grundlinie, oder auch: sie liegen gleichen Seiten gegenüber. Was haben wir vorhin von den Winkeln an der Grundlinie dieses gleichschenklichten Triangels herausgebracht? K. Daß sie einander gleich sind.

L. Hier ist wieder ein gleichschenklichtes Dreyeck (man zeichne ein anderes, dem vorigen unähnliches und bezeichne es auch wie fig. 54 mit B und C an der Grundlinie, und mit A an der gegenüber liegenden Spitze). Sollte sich wohl von diesem auch erweisen lassen, daß die Winkel an der Grundlinie einander gleich sind? K. Ja.

L. Wie müßte mans machen, um dieses zu beweisen? K. Man müßte den Winkel A halbiren und auch so eine Linie wie hier (fig. 54) AD ist, ziehen.

L. Ich

L. Ich will den Winkel A halbiren, und die angegebene Linie AD ziehen, und nun beweist mir, daß B = C sey. K. (versuchen, den Beweis auf die vorige Art zu führen.)

L. Was wir jetzt von diesen zwey gleichschenklichten Dreyecken bewiesen haben, das gilt von allen Dreyecken dieser Art; denn wir können alle in zwey andere, die einander gleich und ähnlich sind, zertheilen. Ihr könnt mir daher wohl sagen, was man von allen gleichschenklichten Dreyecken in Ansehung der an der Grundlinie oder, welches einerley ist, der den gleichen Seiten gegen über liegenden Winkel behaupten dürfe. K. Daß diese einander gleich seyn.

L. Drückt mir den Satz vollständig aus, daß ihn jeder ohne vorhergegangene Frage versteht. K. In einem gleichschenklichten Dreyecke sind die Winkel an der Grundlinie oder, welches eben so viel ist, die den gleichen Seiten gegen überliegenden Winkel einander gleich. —

L. Ich denke mir ein gleichschenklichtes Dreyeck, in dem der eine Winkel an der Grundlinie 30 Grad hat: wie viel Grad muß der andere Winkel an der Grundlinie haben? K. Auch 30.

L. Woher wißt ihr dieses gleich? K. Weil die Winkel an der Grundlinie ꝛc.

L. Gut! Werde ich wohl je einem Schüler im Ernste den Auftrag geben können, daß er mir ein gleichschenkliches Dreyeck verfertige, in welchem ein Win-

Winkel 80, der andere 70, der dritte 30 Grad habe? K. Nein.

L. Warum nicht? K. Weil in einem gleichschenklichten Dreyecke nicht alle Winkel an Größe verschieden seyn können, sondern ihrer zwey einander gleich seyn müssen.

L. Das war mit Uiberlegung geantwortet. Nun sagt mir, was ihr von dieser Behauptung haltet: Wenn Fritz ein gleichschenklichtes Dreyeck zeichnet, und Carl auch eins, so sind die Winkel an der Grundlinie von Carls Dreyeck so groß als die Winkel an der Grundlinie von Fritzens Dreyeck. K. Das ist nicht nothwendig.

L. Freylich nicht. Der eine kann zwey kleinere, der andere zwey größere Winkel an die Grundlinie legen. Nun sollt ihr mir geschwind wieder einige Sätze ergänzen. — So bald wir jetzt von einem Dreyecke wissen, daß zwey Seiten in demselben einander gleich sind, — K. So wissen wir auch, daß es an der Grundlinie zwey gleiche Winkel hat.

L. Wenn ich ein gleichschenkliches Dreyeck halbire — K. So bekomme ich zwey gleiche und ähnliche Dreyecke (so kann ich dadurch beweisen, daß die Winkel an der Grundlinie einander gleich sind).

L. Die drey Winkel eines gleichschenklichen Dreyecks — K. Können nicht alle von verschiedner Größe seyn.

L. Wenn von zwey gleichen und ähnlichen Dreyecken das eine gleichschenklicht ist, — K. So muß es auch das andere seyn.

L. Wenn

L. Wenn man die Endpuncte zweyer Halbmesser eines Kreises durch eine gerade Linie verbindet — K. So entsteht ein gleichschenklichtes Dreyeck.

Vierter Satz.

Zusatz.

L., (welcher (fig. 24) verzeichnet hat.) Hier ist ein Dreyeck, von dem ich euch hiemit sage, daß es gleichseitig ist. Weiß wohl jetzt eins von euch, wie sich die Seiten AC und AB zu einander verhalten? K. Die müssen ja einander gleich seyn.

L. Woher wißt ihr denn dieses? K. Weil Sie gesagt haben, daß dieses Dreyeck gleichseitig ist, und in einen solchen müssen ja alle, also auch zwey Seiten einander gleich seyn.

L. Das ist richtig. Wenn ihr nun bedenkt, was wir vorhin (gestern ꝛc.) von einem Dreyecke, worin zwey gleiche Seiten sind, gelernt haben, so könnt ihr mir gewiß sagen, wie sich die Winkel B und C zu einander verhalten. K. Diese müssen einander gleich seyn.

L. Warum behauptet ihr denn dieses? K. Weil sie gleichen Seiten gegen über liegen.

L. Das ist richtig! In jedem Dreyecke — das vergeßt nur nicht — liegen gleichen Seiten gleiche Winkel gegen über. Jetzt werdet ihr mir gewiß auch sagen können, wie sich die Winkel B und A zu einander verhalten müssen. K. Die müssen auch einander gleich seyn.

L. Aus

L. Aus welchem Grunde läßt sich dieses behaupten? K. Weil auch sie gleichen Seiten gegen über liegen.

L. Richtig! Aber wie steht es mit den Winkeln A und C? wie verhalten sich diese zu einander? K. Auch diese müssen einander gleich seyn.

L. Aus welchem Grunde könnt ihr dieses behaupten? K. Weil sie auch gleichen Seiten gegen über liegen.

L. Nun mehr seyd ihr im Stande, mir zu sagen, wie sich alle drey Winkel eines gleichseitigen Dreyecks zu einander verhalten. K. Sie sind alle drey einander gleich.

L. Wie wollt ihr in einem vollständigen Satze ausdrücken, was ihr jetzt gelernt habt? K. Die Winkel in einem gleichseitigen Dreyecke sind alle einander gleich.

L. Nun sagt mir, ob ein gleichseitiges Dreyeck eine reguläre oder irreguläre Figur ist. K. Eine reguläre.

L. Warum nennt ihr es so? K. Weil es lauter gleiche Seiten und lauter gleiche Winkel hat.

Fünfter Satz.

Lehrsatz.

L., (welcher fig. 56 an die Tafel gezeichnet hat.) In wie viel Theile ist denn jede der Linien AB und CD durch die kleinen Querstriche zertheilt? K. In drey.

L. Wie verhalten sich denn wohl eurem Augenmaße nach die drey Theile von AB zusammen genommen, zu den drey Theilen von CD zusammen genommen, oder, welches einerley ist, wie verhält sich die Linie AB zu CD? K. Sie scheinen einander gleich zu seyn.

L. Ihr habt Recht, denn ich habe beyde Linien einander gleich gemacht. Die drey Linien Ae, ex und fB zusammen genommen sind also so groß als drey andere zusammen genommen, nämlich so groß — ? K. Als Cg, gh und hD.

L. Aber scheint euch denn jede von den drey Linien da (Ae, ex, fB) unter den andern dreyen eine antreffen oder finden zu können — so will ich einmahl sprechen — die ihr an Größe gleich käme? K. Nein.

L. Auch hier trügt euch euer Augenmaß nicht. Keine von den obern Linien da kann unter den untern ihres Gleichen in Ansehung der Größe finden, d. h. die drey obern Linien sind, einzeln genommen, von den drey untern, einzeln genommen, der Größe nach verschieden. Wer sagt mir diesen Satz nach? K. (wiederholen.)

L. Nun soll euch der Zirkel davon überzeugen. — Seht ihrs? Die Linie Ae ist kleiner als Cg, kleiner als gh und größer als hD.

So vergleiche man auch die übrigen zwey obern mit den drey untern Linien.

L. Nun seht einmahl diese 6 Linien (fig. 57) an und sagt, ob es nicht scheint, daß jede der obern einer von den untern gleich ist. K. So scheint es.

L. Nennt

L. Nennt mir immer je 2 und 2, die euch einander gleich zu seyn scheinen. K. El scheint so groß als pH, lm so groß als Go, und mF so groß als op zu seyn.

L. So ist es auch, wie ich euch jetzt vermittelst des Zirkels zeigen will. — Nun denkt, ich hätte die zwey Linien mF und op jede allein, und setzte an die eine das Stück El und an die andere das Stück pH: welche von beyden wäre nun die grössere? K. Es wäre eine so groß als die andere.

L. Aus welchem Grunde behauptet ihr dieses? K. Weil, wenn man gleiche Größen zu gleichen Grössen addirt, die Summen einander gleich sind.

L. Gut! Wenn ich nun zu der einen dieser beyden gleichen Linien oder Summen das Stück lm und zur andern das Stück Go noch setzte, wie würden sich denn jetzt beyde Linien zu einander verhalten? K. Sie würden wieder einander gleich seyn.

L. Recht! Nun haben wir hier an der Tafel einen Fall, wo drey Linien, sowohl einzeln als zusammen genommen, gleich sind. Nennt mir die Linien, von welchen ich dieses behaupten kann. K. El, lm, mF und Go, op, pH.

L. Könnt ihr mir recht bestimmt sagen, was ihr von diesen Linien jetzt gelernt habt? K. Die drey obern von ihnen sind sowohl einzeln als zusammen genommen, gleich den drey untern, sowohl einzeln als zusammen genommen.

L. Dürfen wir das Nämliche auch von diesen Linien (auf fig. 56 zeigend) behaupten? K. Nein.

L. Aber ich sagte doch vorhin, daß die drey Linien (auf AB (fig. 56. zeigend) gleich wären diesen dreyen (auf CD zeigend)? K. Ja zusammen, aber nicht einzeln genommen, sind die obern drey gleich den untern dreyen zusammen genommen.

L. Das ist richtig, und ihr seht jetzt, daß es etwas ganz anders ist, wenn ich sage: drey Linien *zusammen genommen* sind so groß als drey andere zusammen genommen, als wenn ich spreche: drey Linien *einzeln genommen* sind so groß als drey andere einzeln genommen. Im letztern Falle *müssen* drey Paar Linien vorhanden seyn, wovon jedes Paar aus zwey gleichen Linien besteht; im erstern Falle ist das nicht nöthig, denn da kann jedes Paar aus zwey ungleichen Linien bestehen *). — Jetzt seht hier diese zwey Triangel (fig. 58, wo aber der Bogen in den Winkeln C und c noch nicht mit verzeichnet ist,) an und merkt, daß bey ihnen diejenigen Theile, die einerley Zeichen haben, einander gleich sind. Mit welchen Worten wolltet ihr nun, wenn ich diese Zeichen weglöschte, einem Andern anzeigen, was ihr jetzt von diesen beyden Triangeln wißt? K. Die drey Seiten des einen einzeln genommen, sind gleich den drey Seiten des andern einzeln genommen.

L. Gut! Nun wollen wir doch einmahl sehen, ob wir aus diesem Merkmahle nichts schließen können.

nen.

*) Diese Vorbereitung ist bey Anfängern durchaus nöthig, wenn sie den oben folgenden Lehrsatz recht verstehen sollen.

nen. Wir wollen in Gedanken diese beyden Dreyecke so an, nicht auf einander legen, daß der Punct A auf den Punct a, und der Punct B auf den Punct b, folglich auch die gerade Linie AB auf die andere gerade Linie ab falle, beyde nur Eine Linie ausmachen, und wir also diese Figur (fig. 59) bekommen. Hier habe ich gerade zwey solche Dreyecke (Nro. 3 vorlegend), wie ich an der Tafel verzeichnet habe: ich will sehen, wer von euch sie so aneinander wird legen können, daß sie diese Figur (fig. 59) bilden. K. (legen beyde Dreyecke so aneinander wie fig. 59 zeigt.)

L. Recht so! Was für eine Figur bilden jetzt diese beyden hölzernen Dreyecke? K. Auch wieder ein Dreyeck.

L. Gerade so ein Dreyeck haben wir hier in dieser Figur (fig. 59): könnt ihr mirs nennen? K. Aa Cc.

L. Recht! Damit ihr nicht irre werdet, will ich einstweilen die Linie AB oder ab weglöschen. — Könnt ihr mir wohl geschwind sagen, wie viel Arten von Dreyecken es in Rücksicht auf ihre Seiten giebt? K. Drey Arten.

L. Nennt sie. K. Gleichseitige ꝛc.

L. Nun möchte ich wissen, ob ihr mir nicht sagen könnt, zu welcher von diesen drey Arten dieses Dreyeck hier (fig. 59) gehört. K. Unter die gleichschenklichten.

L. Also muß es zwey gleiche Seiten haben: welche sollen es denn seyn? K. AC und ac.

L. Was habt ihr denn für einen Grund diese Seiten für gleich groß zu halten? K. Diesen: A C und a b sind die zwey gleichen Seiten von den beyden Triangeln A C B und a c b.

L. Das ist recht! Zeigt mir doch auch an den hölzernen Triangeln da (der aus Nro. 3 gebildet worden) die nämlichen zwey gleichen Seiten, die ihr jetzt hier an der Tafel (auf fig. 59 zeigend) bemerkt habt. K. (thun dieß.)

L. Nun möchte ich doch wissen, ob ihr mir nicht auch daß Verhältniß von ein Paar Winkeln in diesem Triangel (fig. 59) angeben könnt. K. Warum denn nicht! Die Winkel C und c müssen einander gleich seyn.

L. Woher wißt ihr denn dieses so bestimmt? K. Weil dieses ein gleichschenklichter Triangel ist, und die Winkel an der Grundlinie eines solchen Triangels alle Mahl einander gleich sind.

L. Das habt ihr gut behalten. Nun zeigt mir doch an dem hölzernen Triangel auch die beyden gleichen Winkel an der Grundlinie. K. (zeigen sie.)

L. Nun merkt recht, was wir jetzt von den Winkeln C und c durch unser Nachdenken herausgebracht haben und denkt euch, ich rückte die beyden Triangel hier (fig. 59) wieder auseinander, wie ich es jetzt mit diesen hölzernen mache, so daß wir diese Figur (fig. 58) wieder bekommen. Ist denn wohl durch dieses Auseinanderrücken eine Veränderung mit den Winkeln C und c vorgegangen? K. Ganz und gar nicht.

L. Nun

L. Nun könnt ihr mir ja wohl sagen, wie sich die Winkel C und c in den beyden Triangeln da (fig. 58) zu einander verhalten. K. Die sind einander gleich.

L. Diese Gleichheit will ich jetzt dadurch bemerken, daß ich jeden einen kleinen Bogen mache. — Nun sagt mir, ob sich an diesen beyden Triangeln nicht eins der euch bekannten Merkmahle von der Gleichheit und Aehnlichkeit zweyer Triangel vorfindet. K. Ey ja! Zwey Seiten mit dem von ihnen eingeschloßnen Winkel sind in dem einen, wie in dem andern.

L. Was können wir also von diesen beyden Triangeln da (fig. 58) behaupten? K. Daß sie einander gleich und ähnlich seyn müssen.

L. Richtig! Nun nennt mir doch einmahl die gleichnamigen Theile in diesen Triangeln, die nicht schon mit besondern Zeichen bezeichnet sind. K. Das sind eben die Winkel A u. a und B u. b.

L. Allerdings! Aber nun sagt mir, wie ich beyde Triangel auf einander legen müßte, wenn sie einander decken sollten. K. Da dürften Sie sie nur so auf einander legen, daß die Puncte A und a, B und b, C und c auf einander zu liegen kämen.

L. Auch recht! Jetzt sagt mir doch, was wir von diesen beyden Triangeln nur noch erforschen durften, um behaupten zu können, daß sie einander gleich und ähnlich seyn müssen? K. Die Gleichheit der Winkel C und c.

L. Das heißt: die Gleichheit zweyer Winkel, wovon der eine in dem einen Triangel zwischen zwey

Seiten liegt, die so groß sind, als die Seiten des andern im andern Triangel. Könnt ihr mir denn aber sagen, wie wir es gemacht haben, um die Gleichheit zweyer solcher Winkel zu finden? K. Wir haben die beyden Triangel so aneinander gesetzt, daß wir einen einzigen gleichschenklichten bekamen, und wir also schließen konnten, daß die Winkel C und c, als Winkel an der Grundlinie eines gleichschenklichten Triangels, einander gleich seyn müssen.

L. Was wußten wir denn von diesen Triangeln gleich Anfangs? K. Daß die drey Seiten des einen einzeln genommen, so groß sind, als die drey Seiten des andern einzeln genommen.

L. Nun merkt: So oft wir von ein Paar Triangeln die jetzt angegebene Beschaffenheit wissen, so können wir daraus beweisen*), daß auch zwey gleiche

*) Der Kürze wegen muß ich es jedem Lehrer überlassen hier noch folgendes beyzubringen: Beym Zusammenrücken zweyer Dreyecke ist für die Seiten CB und cb (fig. 59) eine dreyfache Lage möglich. 1) Die fig. 59 angegebene, wo beyde Seiten eine einzige gerade Linie bilden; 2) die Lage CD und cd (fig. 60), und 3) die Lage CE und ce (fig. 60). (Dieß versinnliche man durch Nro. 11.) Rückt man die Dreyecke ACE und ace (fig. 60) (welche wie fig. 61 zeigt verzeichnet werden) gehörig an einander, so entsteht fig. 62. (Diese fig. wird auch mit Nro. 11 gebildet.) Nach der ersten Forderung wird die Linie Cc gezogen und um Verwirrung zu verhindern, die Linie AaBb weggelöscht. Nunmehr fällt in die Augen, daß ACca und CBbc gleichschenklichte

gleiche Winkel vorhanden sind, wovon der eine in dem einen Triangel zwischen zwey Seiten liegt, die

lichte Triangel sind, folglich der Winkel x dem Winkel u, und der Winkel m dem Winkel n gleich seyn müsse. Wird nun die Linie Cc wieder weggelöscht, so wird dadurch der Winkel m zu x und n zu u addirt, welches nach dem fünften Grundsatze gleiche Summen giebt. Nun ist die Gleichheit der Winkel C und c dargethan, und von den beyden Dreyecken ABC und abc (fig. 61) ist jetzt bekannt, daß zwey Seiten in dem einen mit dem dazwischen liegenden Winkel gleich sind, zwey Seiten mit dem dazwischen liegenden Winkel im andern. Haben die Seiten CB und cb fig. 59 die Lage CD und cd fig. 60, so haben wir zwey Dreyecke wie sie fig. 63 darstellt. Werden diese Dreyecke so an einander gerückt, daß die Puncte A und a, dann B und b auf einander fallen, so entsteht fig. 64. (Diese Figur wird mit Nro. 11 dargestellt.) Nach der ersten Forderung wird die Linie Cc gezogen, und um der leichtern Uibersicht willen die Linien CB, cb und AB weggelöscht, der Punct B aber bemerkt um, in der Folge CB und cb gleich wieder ziehen zu können. Nun haben wir an ACca wieder ein gleichschenklichtes Dreyeck, da AC und ac die gleichen Seiten von fig. 63 sind, folglich müssen in ihm die Winkel C und c als Winkel an der Grundlinie einander gleich seyn. Nun werden CB und cb wieder gezogen, welches die gleichen Seiten CB und cb von fig. 63 sind, wodurch also wieder ein gleichschenklichtes Dreyeck, nämlich CB entsteht, dessen Winkel m und n einander gleich seyn müssen. Wenn diese zwey Winkel von C und c subtrahirt werden, so bleiben die Reste x und u, welche nach dem sechsten Grundsatze einander gleich sind.

so groß sind, als die Seiten des andern im andern Triangel liegenden. Und wenn dieses bewiesen ist, so können wir auch von der Gleichheit und Aehnlichkeit der beyden Triangel überzeugt seyn. Wir haben demnach ein drittes Merkmahl, woraus wir sogleich erkennen können, daß ein Paar Triangel einander gleich und ähnlich sind: was ist das für ein Merkmahl? K. Die drey Seiten in einem Triangel, die einzeln genommen so groß sind, als die drey einzelnen Seiten in einem andern.

L. Gut! Wie viel haben wir denn jetzt überhaupt Merkmahle, aus denen man die Gleichheit und Aehnlichkeit zweyer Triangel erkennen kann? K. Drey.

L. Gebt mir sie jetzt alle drey an. K. (thun dieses.)

L. Damit ihr diese Merkmahl mit einem Blicke übersehet und sie desto besser behaltet, so will ich sie euch auf folgende Weise gleichsam vormahlen: (Nun verzeichne man an die Tafel 1) fig. 51, wo die drey bekannten Stücke mit besondern Zeichen bezeichnet sind; 2) fig. 52, aber ohne alle im Tr. ABC befindliche Buchstaben und punctirte Linien, sondern nur

Nun ist erwiesen, daß die Winkel C und c fig. 63, welche mit x und u fig. 64 einerley sind, gleiche Größe haben, folglich wieder dargethan, daß in dem einen Triangel von fig. 63 zwey Seiten mit dem dazwischen liegenden Winkel so groß sind als diese Stücke im andern.

nur so, daß die zwey Winkel B und C und die Seite B C die bemerkten Zeichen erhalten; 3) fig. 58 ohne den kleinen Bogen in den Winkeln C und c.) Jedes Paar dieser Triangel stellt euch mit besondern Zeichen die Merkmahle dar, aus welchen man ihre Gleichheit und Aehnlichkeit beweisen kann. Wer sagt mir jetzt, wie viel Stücke wir an jeden Triangel betrachten könnten, wenn wir jede Seite einzeln betrachten wollten? K. Drey.

L. Könnten wir außer den drey Seiten eines Triangels nichts mehr an ihm betrachten? K. Ja, seine drey Winkel.

L. Wie viel Stücke können wohl überhaupt an einem Dreyecke in Betrachtung kommen? K. Sechs.

L. Nämlich —? K. Die drey Seiten und die drey Winkel.

L. Von wie vielen dieser sechs Stücke müssen wir, nach dem was ihr bisher gelernt habt, immer wissen, daß sie in dem einem Triangel so groß als in dem andern seyn müssen, wenn beyde einander gleich und ähnlich seyn sollen? K. Von dreyen.

L. Sind das alle Mahl drey Stücke von einer und der nämlichen Benennung? K. Nein.

L. Wie oft kommen unter den mehrmahls erwähnten Merkmahlen der Gleichheit und Aehnlichkeit zweyer Triangel drey Stücke von einerley Benennung vor? K. Nur Ein Mahl.

L. Was sind das für Stücke? K. Drey Seiten.

L. Könn-

L. Könnten nicht noch Ein Mahl drey andere Stücke von einerley Benennung vorkommen? K. Ja, drey Winkel.

L. Recht! Aber nun merkt, daß drey Winkel in einem Triangel so groß seyn können als in einem andern, ohne daß deßhalb die beyden Triangel einander gleich seyn müssen. Da ihr nun wißt, daß man aus drey Winkeln, die etwa in zwey Triangeln von gleicher Größe wären, nicht auf ihre Gleichheit und Ähnlichkeit zugleich schließen kann, und ich euch hiemit sage, daß man nur aus drey Stücken, die in zwey Triangeln von gleicher Größe sind, die erst erwähnten Eigenschaften zu erweisen im Stande ist, so könnt ihr mir, wenn ihr recht nachdenkt sagen, ob es wohl noch ein viertes Merkmahl der Gleichheit und Aehnlichkeit zweyer Triangel geben könne oder nicht. (Man lasse die Kinder hier alle mögliche Fälle durchdenken und höre ihre Meynung. Eine meiner Schülerinnen sagte nach einigen Nachdenken:) K. Es kann keins mehr geben.

L. Warum nicht? K. Drey Winkel können kein Merkmahl abgeben; also bleiben zwey Winkel und dann muß das dritte Stück eine Seite seyn, und dieser Fall ist schon da, nehmen wir Einen Winkel, so müssen wir zwey Seiten dazu nehmen und dieser Fall ist auch da; drey Seiten sind auch da, zwey Seiten mit einem Winkel, und Eine Seite mit zwey Winkeln haben wir auch schon gehabt, und nun giebt es keinen vierten Fall mehr.

L. Du hast recht. Es kann nur drey Merkmahle der Gleichheit und Aehnlichkeit

keit zweyer Dreyecke geben, und diese Merkmahle kennt ihr jetzt. So bald euch nun in Zukunft zwey Dreyecke vorkommen, so forscht alle Mahl nach und seht, ob ihr nicht das eine oder das andere dieser Merkmahle an ihnen entdecken könnt, weil ihr, wenn ihr eins derselben entdeckt, dadurch leicht auf neue und nützliche Wahrheiten geleitet werden könnt. — Jetzt sagt mir, wodurch die Triangel verschieden seyn würden, die wir bekämen, wenn jeder von uns aus drey Linien, wovon die erste drey, die zweyte vier, und die dritte fünf rheinl. Zoll lang wäre, einen bildete. K. Die würden gar nicht von einander unterschieden seyn.

L. Aus welchem Grunde behauptet ihr dieses? K. Weil zwey Triangel einander gleich und ähnlich seyn müssen, so bald die drey Seiten des einen einzeln genommen so groß sind, als die drey einzelnen Seiten des andern.

L. Ja das ist bey zwey Triangeln der Fall; aber wie ist es, wenn wir mehr als zwey, etwa 10 oder 20 von der angegebenen Beschaffenheit hätten? K. Das wäre immer einerley; denn der zweyte wäre dem ersten, der dritte dem zweyten und ersten u. s. w. gleich und ähnlich.

L. Richtig! Und zur Bestätigung dieser eurer Behauptung will ich jetzt mehrere Triangel, wovon jeder eine Seite von drey, eine von vier, und eine von fünf Zoll haben soll, aus Papier ausschneiden, und sie auf einander legen, wo ihr dann sehen werdet, daß sie alle einander decken. (Man thue dieses und überzeuge auf diese Weise die Augen der Kin-

Kinder.) — Hier (fig. 63) habe ich zwey Triangel, in denen ich die Stücke, die in beyden gleich groß sind, mit einerley Zeichen bezeichnet habe: sagt, ob ihr glaubt, daß sie einander gleich und ähnlich sind oder nicht. K. Sie sind einander gleich und ähnlich.

L. Aus welchem Grunde behauptet ihr dieses? K. Weil die drey Seiten des einen einzeln genommen so groß sind, als ꝛc.

L. Nun nennt mir doch einmal alle gleichnamigen Winkel. K. A und a, B und b, C und c.

L. Woher wißt ihr, daß c der gleichnamige Winkel von C ist? K. Daher, weil beyde Winkel gleich großen Seiten gegen über stehen.

L. Und warum glaubt ihr, daß A und a gleichnamige Winkel seyn? K. Weil auch sie einerley Seiten gegen über stehen.

L. Gut! — Nun sagt mir, was ihr von folgendem Falle haltet: Fritz hat drey Stäbe und bildet daraus einen Triangel worin der eine Winkel 50, der andere 60, und der dritte 70 Grad hat. Carl hat auch drey Stäbe, die einzeln genommen Fritzens Stäben gleich sind, und bildet daraus einen Triangel, worin der erste Winkel 40, der andere 65. und der dritte 75 Grad hält. K. Dieses ist nicht möglich.

L. Warum denn nicht? K. Weil in zwey Triangeln, wovon des einen Seiten einzeln genommen eben so groß sind, als die Seiten des andern, auch

auch die Winkel (die gleichen Seiten gegen über stehen) einander gleich seyn müßen.

L. Das ist recht! Carls Triangel mußte dem Triangel Fritzens gleich und ähnlich seyn, und konnte also durchaus keine andern Winkel enthalten, als solche, die des letztern Triangel enthielte.

Sechster Satz.

Aufgabe.

L., (welcher die Linie AB fig. 65 gezogen hat.) Welche von unsern drey Regeln müssen wir jetzt in Ausübung bringen, wenn wir außer dieser geraden Linie etwas anders, eine andere Zeichnung, erhalten wollen? K. Die dritte.

L. Richtig! Wir wollen gerade, wie neulich, verfahren. Fritz soll nun hier an der Tafel thun, was unsere dritte Regel verlangt, Carl soll aber erst laut und bestimmt sagen, was Fritz, um unsere dritte Regel in Ausübung zu bringen, thun muß. K. Fritz muß 1) aus dem Puncte A mit dem Halbmesser AB, 2) aus dem Puncte B mit dem nämlichen Halbmesser einen Kreis beschreiben.

L. Nun hat Fritz dieses gethan, und wir haben jetzt außer den Puncten A und B auch die Durchschnittspuncte dieser Kreise, die ich mit C und D bezeichnen will. Welche von unsern Regeln können wir jetzt befolgen? K. Die erste.

L. Nun,

L, Nun, Fritz, verfahre nach dieser Regel. K. (zieht die Linien AC, BC, AD, BD und CD.)

L. So ist es recht! Wir haben jetzt eine Figur erhalten, durch deren genauere Betrachtung wir auf mehr als eine nützliche Wahrheit werden geleitet werden. Jetzt will ich aber wieder einen Theil davon weglöschen, um den übrigen desto bequemer betrachten zu können, und weil es besser für euch ist, wenn wir diese Figur theilweise, und nur nach und nach betrachten. (Man lösche die Linien CD, AD, BD, CB und den Bogen CAD vom Kreise V weg. *) Von den sechs geraden Linien, die wir erst hatten, haben wir jetzt die Linien AB und AC übrig, deren Verhältniß zu einander wir untersuchen wollen. Was für Benennungen haben diese Linien hier, da sie von dem Mittelpuncte eines Kreises bis an seine Peripherie reichen? K. Halbmesser.

L. Wie verhalten sich aber alle Halbmesser eines Kreises zu einander? K. Sie sind einander gleich.

L. Wie müssen nun die Linien AB und AC zu einander verhalten? K. Sie müssen einander gleich seyn.

L. Warum behauptet ihr dieses? K. Weil ꝛc.

L. Was ihr jetzt von diesen Linien da behauptet habt, will ich an der Tafel bemerken, damit ihrs nicht vergeßt. (Man schreibe an: AC = AB.)

Wie

*) Dieses Weglöschen und Vereinfachen ist bey Anfängern durchaus nothwendig. Die Menge der Linien verwirrt sie, und sie bekommen keine deutliche Vorstellung von den zu betrachtenden Figuren oder Theilen derselben.

Wie wird dieses gelesen? K. A C ist gleich (äqual) A B.

L. Was müßt ihr euch aber bey A B und A C denken? Winkel, oder Figuren, oder Linien? K. Linien.

L. Jetzt will ich den vorigen Kreis (V) wieder ergänzen, dagegen aber den Bogen C B D vom Kreise X, und die Linie A C weglöschen, dagegen aber C B wieder ziehen. Nun sagt mir geschwind, wie sich C B zu A B verhält. K. Beyde Linien müssen einander gleich seyn.

L. Welchen Grund habt ihr, dieses zu behaupten? K. C B und B A sind ja Halbmesser des Kreises V.

L. Das ist richtig! Ich will also auch herschreiben: C B = A B. Nun will ich das von dem Kreise X weggelöschte Stück und die Linie A C wieder herzeichnen, und die Seiten des ganzen Triangels A B C mit einander vergleichen. Wer weiß noch, wie sich die Seite A C — das ist jetzt die nämliche Linie, die wir vorhin schon mit A B verglichen — zu A B verhält? K. Beyde Seiten sind einander gleich.

L. Warum müssen wir dieses behaupten? K. Weil es die Halbmesser eines Kreises sind.

L. Welches Kreises? K. Des Kreises X.

L. Warum behauptet ihr aber, daß diese beyden Seiten, Halbmesser von X sind? K. Weil sie am Mittelpuncte von X anfangen und sich bis zu dessen Peripherie erstrecken.

L. Wie verhält sich aber die Seite BC zu AB? K. Auch diese Seiten sind einander gleich.

L. Warum behauptet ihr dieses? K. Weil beyde Linien Halbmesser eines Kreises sind.

L. Von welchem Kreise sind es Halbmesser? K. Von V.

L. An welchem Merkmahle seht ihr denn, daß es Halbmesser von V sind? K. Sie fangen ja an seinem Mittelpuncte an ꝛc.

L. Aber wie ist das möglich? Vorhin sagtet ihr, AB sey ein Halbmesser von X, und jetzt soll es ein Halbmesser von V seyn? K. Die Linie AB ist eben ein Halbmesser von beyden Kreisen zugleich.

L. Freylich! Nun wißt ihr von zwey Größen, nämlich von den Seiten AC und BC des Triangels ABC, daß sie einer dritten Größe, nämlich AB gleich sind: was könnt ihr hieraus für einen Schluß ziehen? K. Daß sie einander selbst gleich seyn müssen.

L. Wer kann mir wohl den ganzen Schluß in der ordentlichen Form sagen? K. Wenn zwey Größen einer dritten gleich sind, so ꝛc.; AC und BC sind zwey Größen, welche ꝛc. folglich sind sie einander selbst gleich.

L. Das ist recht, und ihr seht hier abermahls, daß einer unsrer neulich gelernten Grundsätze uns hier zum Obersatze diente, welches, wie ihr sehen werdet, der Fall mit allen unsern Grundsätzen seyn wird. — Nun sagt mir doch, welche Seite von unserm Dreyecke hier die längste ist. K. Es ist ja eine so lang als die andere.

L. Was

L. Was muß also dieses Dreyeck, dessen Seiten, wie ihr sagt, einander gleich sind, für eine Benennung führen? K. Gleichseitiges Dreyeck.

L. Richtig! Gesetzt aber, es käme jetzt jemand herein und wollte nicht glauben, daß dieses ein gleichseitiges Dreyeck wäre, wie wolltet ihr ihm dieses beweisen? K. Wir würden sagen: AB und AC sind Halbmesser des Kreises X, weil sich beyde vom Mittelpuncte desselben bis an die Peripherie erstrecken, folglich müssen sie einander gleich seyn. AB ist aber auch zugleich ein Halbmesser des Kreises V, weil sie sich von seinem Mittelpuncte bis an dessen Peripherie erstreckt, und eben so ist BC ein Halbmesser des nämlichen Kreises, folglich ꝛc. Da nun hier zwey Größen einer dritten gleich sind, so ꝛc.

L. Das ist recht! Nun haben wir, ohne zu messen, welches in der Geometrie nicht zum Beweise einer Behauptung dienen darf, weil man nie gewiß ist, ob man nicht einen Fehler, und beträfe er auch nur die Breite eines Haares, begangen hat, sondern durch Schlüße heraus gebracht, daß ein Triangel, den wir auf die Art verzeichnen, wie dieser verzeichnet worden ist, gleichseitig seyn müsse. So werden wir künftig immer durch Schlüße auf mancherley neue Wahrheiten kommen und immer wird aus der einen eine andere fließen. Jetzt will ich hier wieder eine Linie verzeichnen. — So! Wer von euch ist wohl jetzt im Stande, mir über diese Linie einen gleichseitigen Triangel zu beschreiben? K. (thun dieß. Man zeige hiebey, daß wenn es nicht auf den Beweis ankommt, man nur

die Bogen bey C zu machen brauche, um den Durchschnittspunct zu erhalten, welcher die Länge der übrigen beyden Seiten bestimmt.)

L. Wer ist aber im Stande einen gleichseitigen Triangel an unserer schwarzen Tafel da zu beschreiben, dessen Seiten zusammen genommen 24 Zoll machen? (Wenn die Kinder herausgebracht haben, was ihnen gleich beyfallen muß, wie lang eine Seite seyn muß, so zeige man ihnen, daß sie erstlich eine Linie von unbestimmter Länge ziehen, dann 8 Zoll von dem vorhandenen Maßstabe (Nro. 5 a) zwischen die Schenkel des Zirkels faßen und diese Länge auf der gezogenen Linie abschneiden und auf die vorbeschriebene Art verfahren müssen.) Jetzt sagt mir doch, wie sich drey Kreise zu einander verhalten, wovon jeder zu seinem Halbmesser die Seite eines und des nämlichen gleichseitigen Triangels hat. K. Diese müssen alle drey einander gleich sey.

L. Warum behauptet ihr dieses? K. Weil Kreise, die gleiche Halbmesser haben rc.

L. Das ist recht! Wer kann mir denn jetzt recht bestimmt sagen, wie man einen gleichseitigen Triangel beschreibt? K. Man zieht erstlich eine gerade Linie, nimmt sie zum Halbmesser und beschreibt damit aus ihren Endpuncten über ihr zwey Bogen, die einander schneiden, hierauf zieht man von dem Durchschnittspuncte dieser Bogen nach den beyden Endpuncten der zu erst gezogenen Linie zwey andere gerade Linien.

L. Nun sagt mir doch, was ich für eine Figur bekomme, wenn ich folgendes Verfahren anwende: Mit

Mit einer gegebenen Linie beschreibe ich aus ihren beyden Endpuncten unter ihr Bogen, die einander schneiden, hierauf verbinde ich durch gerade Linien den Durchschnittspunct dieser Bogen mit den Endpuncten der gegebenen Linie*). K. Dadurch entsteht ein gleichseitiges Dreyeck.

L. Aber ich dachte, um ein gleichseitiges Dreyeck zu beschreiben, müßte man oberhalb einer gegebenen Linie die sich schneidenden Bogen beschreiben? K. Das ist nicht nöthig.

L. Freylich nicht. Denn ein Dreyeck kann gleichseitig seyn, seine Lage mag seyn, welche sie will. — Neulich habt ihr gleichseitige Triangel nur nach dem Augenmaße und aus freyer Hand zu machen gesucht, jetzt sollt ihr aber welche vermittelst des Zirkels und des Lineals auf die jetzt angegebene Weise machen, dann aber andere aus freyer Hand und nach dem Augenmaße nachzeichnen und sie nachher mit dem Zirkel prüfen. Ich will euch aber das Maß zu den Seiten von einigen geben. Eine Seite

*) Man übersehe diesen Wink ja nicht! Es ist eine vortrefliche Uibung mehrerer Seelenkräfte, und ein Mittel, Kindern die erlangten Begriffe recht geläufig zu machen und ihre Fertigkeit, ihre Gedanken auf verschiedene Weise auszudrücken, zu erhöhen, wenn man sie selbst beschreiben läßt, wie diese oder jene Aufgabe gelöst werden muß, oder sie fragt, was durch dieses oder jenes Verfahren zum Vorschein komme, oder ihr beschriebenes Verfahren mit andern Worten ausdrückt und sie die dadurch entstehende Figur nennen läßt.

des ersten soll 2 Zoll, eine Seite des zweyten $2\frac{1}{2}$ Zoll u. s. w. lang seyn.

Siebenter Satz.

Aufgabe.

L. Wenn ich euch von einem gleichschenklichten Dreyecke sage, daß eine seiner Seiten 3, und eine andere 5 Zoll lang ist, könnt ihr mir wohl da nicht sagen, wie lang seine dritte Seite seyn muß? K. Drey oder fünf Zoll.

L. Warum behauptet ihr dieses? K. Weil in jedem gleichschenklichten Triangel zwey Seiten einerley Länge haben müssen, so muß in Ihrem angegebenen Falle jede von zwey Seiten entweder 3 oder 5 Zoll haben.

L. Gut! Wenn ich nun sagte: macht mir ein gleichschenklichtes Dreyeck, worin eine Seite 2, eine andere 3 Zoll lang ist, brauchtet ihr mich da noch zu fragen, wie lang die dritte werden soll? K. Nein.

L. Aber da könntet ihr ja das Dreyeck nicht vollenden, weil ihr nicht wüßtet, wie lang ihr diese Seite machen solltet? K. Warum nicht! wir machten sie so lang als eine von den zwey gegebenen.

L. Das wäre freylich recht! Wie viel Seiten würde ich euch demnach wohl nur geben dürfen, wenn ihr mir ein gleichschenklichtes Dreyeck verzeichnen

nen solltet, dessen Seiten die Länge hätten, die ich wünschte? K. Nur zwey.

L., (A B und C D fig. 66 verzeichnend). Nun hier sind zwey Linien, macht mir aus ihnen ein gleichschenklichtes Dreyeck. (Man lasse nun die Kinder das hier anzuwendende Verfahren suchen, im Falle sie nicht darauf kommen, fahre man also fort:) Wenn ich euch nun die Linie A B mit dem Auftrage gegeben hätte, über ihr ein gleichseitiges Dreyeck zu beschreiben, wie lang würdet ihr denn die andern beyden Seiten machen? K. So lang wie die Linie A B.

L. Und wie würdet ihr es denn machen, um über diese Linie ein gleichseitiges Dreyeck zu beschreiben? K. Wir würden diese Linie A B zum Halbmesser machen, und damit rc.

L. Wenn ihr nun A B zur Grundlinie eines gleichschenklichen Triangels macht, wie lang müssen denn, wenn ihr meinen Auftrag bewerkstelligen wollt, jede der andern beyden Seiten werden? K. So lang als C D.

L. Ihr müßt also über A B einen Punct finden, der sowohl von A, als von B eine Entfernung hat, die der Linie C D gleich ist: wem fällt nun das Verfahren ein, wodurch wir diesen Punct finden? K. Man nimmt die Linie C D zum Halbmesser, und beschreibt damit aus den Endpuncten der Linie A B über ihr Bogen, die einander schneiden.

L. Gut! Und was muß man dann thun, um das Dreyeck zu vollenden? K. Man muß dann nach

dem Durchschnittspuncte der Bogen aus A und B gerade Linien ziehen.

L. Das Verfahren ist richtig, wendet es also an, beschreibt aber Statt der Bogen die ganzen Kreise. K. (beschreiben fig. 67, ziehen aber beyde Kreise ganz aus.)

L. Jetzt sagt mir, wie sich die Kreise E und F zu einander verhalten. K. Sie sind einander gleich.

L. Woher wißt ihr dieses? K. Weil sie mit einerley Halbmesser beschrieben sind.

L. Wer ist wohl jetzt im Stande, mir durch einen ordentlichen Schluß zu beweisen, daß AG und BG einander gleich seyn müssen? K. Alle Halbmesser gleicher Kreise sind einander gleich, AG und BG sind Halbmesser zweyer gleicher Kreise, folglich sind sie einander gleich.

(Wenn ein Kind für sich nicht auf den vorhergehenden Beweis kommt, so frage man: welcher Punct ist der Mittelpunct vom Kreise F? K. Der Punct B. L. Wie muß also eine gerade Linie heissen, die von diesem Puncte bis an die Peripherie dieses Kreises gezogen ist? K. Ein Halbmesser dieses Kreises. L. Gut! Ist denn im Kreise F kein Halbmesser gezogen? K. Ja, BG ist einer. L. Ist wohl AG auch ein Halbmesser? K. Ja. L. Von welchem Kreise? K. Vom Kreise E. L. Warum haltet ihr diese Linie für einen Halbmesser dieses Kreises? K. Weil ꝛc. L. Könnt ihr mir nun nicht sagen, wie sich die Seiten AG und BG im Triangel ABG zu einander verhalten? K. Sie sind einander gleich. L. Woher wißt ihr dieses? K. Weil es die Halbmesser zweyer gleicher Kreise sind.)

L. Das

L. Das ist recht! Jetzt habt ihr aus zwey gegebenen Linien, wovon ich euch die eine zur Grundlinie bestimmt hatte, einen gleichschenklichten Triangel gemacht, und mir zugleich bewiesen, daß er wirklich gleichschenklicht ist. Nun möchte ich wissen, ob ihr mir aus diesen zwey Linien (man gebe zwey andere), von denen ich euch die Grundlinie nicht bestimme, sondern es eurer Willkühr überlasse, welche ihr dazu machen wollt, auch ein gleichschenklichtes Dreyeck beschreiben könnt. K. (werden dieß jetzt ohne Zweifel thun können.)

L. Jetzt sagt mir, was ich durch folgendes Verfahren für eine Figur zuwege bringe: Mit einem gegebenen Halbmesser beschreibe ich aus den Endpuncten einer andern gegebenen Linie Kreise, und ziehe aus den erstgenannten Puncten gerade Linien nach den Durchschnittspuncten dieser Kreise. K. Da bekommen Sie zwey gleichschenklichte Dreyecke.

L. Wie viel Grundlinien haben diese beyden Dreyecke? K. Nur Eine.

L. Wie ist es aber möglich, daß zwey gleichschenklichte Dreyecke nur eine Grundlinie haben? K. Eine Grundlinie kann beyden gemein seyn.

L. Gut! Nun sagt mir aber, was ich durch folgendes Verfahren für eine Figur bekomme: Ich beschreibe einen Kreis, ziehe in demselben zwey Halbmesser und verbinde beyder Endpuncte mit einer geraden Linie. K. Das wird ein gleichschenklichtes Dreyeck (in einem Kreise).

L. Kann mir denn eins von euch noch sagen, wie immer zwey Seiten eines Triangels, wenn man

sie zusammen genommen gegen die dritte hält, beschaffen seyn müssen? K. Sie müssen immer größer als die dritte seyn.

L. Jetzt verzeichne ich hier eine Linie AB und eine andere CD, welche gerade halb so groß als AB ist. Jetzt sagt mir, ob sich aus diesen beyden Linien ein gleichschenklichtes Dreyeck beschreiben ließe, wenn AB zur Grundlinie genommen werden sollte? K. Nein.

L. Warum nicht? K. Dann würde jede der beyden übrigen Seiten so groß als CD werden, und diese beyden Seiten würden dann nur so groß als AB seyn, da doch immer zwey Seiten eines Triangels zusammen genommen größer als die dritte seyn müssen.

L. Gut! Wie aber, wenn CD zur Grundlinie angenommen werden sollte? K. Da ließe sich ein gleichschenklichtes Dreyeck aus beyden Linien beschreiben.

L. Was habt ihr für einen Grund, dieses zu glauben? K. Wenn CD die Grundlinie würde, so würde jeder der beyden übrigen Schenkel so groß als AB, beyde also viel größer als CD werden, da AB allein schon größer als CD ist. Und einer der beyden gleichen Schenkel mit CD zusammen genommen wäre auch größer als der andere.

L. Das ist richtig! Nun soll euch auch die Erfahrung überzeugen, daß ihr die Sache recht überlegt und richtig geantwortet habt. Nehmt AB zur Grundlinie und seht, ob ihr aus ihr und CD ein gleichschenklichtes Dreyeck beschreiben könnt. — —

Nicht

Nicht wahr, das geht nicht an? Wenn ich euch zwey Linie gebe, um daraus ein gleichschenklichtes Dreyeck zu beschreiben, so kann die eine davon weniger, oder eben so viel, oder mehr als die Hälfte der andern betragen: in welchem dieser drey Fälle ist es nur möglich, das verlangte Dreyeck zu beschreiben, wenn die größere dieser gegebenen Linien zur Grundlinie angenommen werden soll? K. In dem Falle, wenn die kleinere mehr als die Hälfte der größern beträgt.

L. Gut! Wer kann mir nun in einem zusammenhängenden Satz ausdrücken, was ihr jetzt gelernt habt? K. Wenn zwey Linien gegeben sind, um daraus ein gleichschenklichtes Dreyeck zu beschreiben, und die größerere davon zur Grundlinie angenommen werden soll, so ꝛc.

L. Jetzt verzeichne jeder gleichschenklichte Triangel vermittelst des Zirkels, dann zeichne er sie aus freyer Hand nach.

L., (welcher folgende vier Sätze an die Tafel geschrieben hat:

1) Es soll zwischen zwey Puncten eine gerade Linie gezogen werden.

2) Es soll über einer gegebenen Linie ein gleichseitiges Dreyeck beschrieben werden.

3) Es soll eine gerade Linie verlängert werden.

4) Es soll aus zwey gegebenen Linien ein gleichschenklichtes Dreyeck beschrieben werden.)

Wie

Wie viel dieser Sätze sagen, daß etwas geschehen soll? K. Das sagen sie ja alle.

L. Da stimmen also alle diese Sätze irgend worin mit einander überein: worin? K. Darin, daß sie alle sagen, daß etwas geschehen soll.

L. Welche von diesen vier Sätzen verlangen etwas, was jedermann ohne alle Anweisung würde bewerkstelligen können? K. Der erste und der dritte.

L. Und welche verlangen, daß etwas geschehen soll, was von niemanden ohne besondere Anweisung würde verrichtet werden können? K. Der zweyte und vierte.

L. Da ist also ein Theil dieser Sätze von dem andern durch etwas unterschieden: wodurch? K. Dadurch, daß der eine Theil etwas zu thun verlangt, was jedermann ohne besondere Anweisung thun kann, und der andere Theil hingegen sagt, daß etwas geschehen soll, was niemand ohne besondere Belehrung verrichten kann.

L. Richtig! Uiberdieß fällt die Richtigkeit des Verfahrens, welches man anwenden muß, um das zu Stande zu bringen, was der erste und dritte Satz verlangt, jedem gleich in die Augen. Denn wenn ich z. B. zwischen zwey Puncten eine gerade Linie gezogen habe, so sieht jeder den Augenblick ein, daß ich dabey auf die rechte Weise zu Werke gegangen bin. Wenn ich hingegen das gethan habe, was der zweyte oder vierte Satz verlangt, so muß ich die Richtigkeit meines dabey angewandten Verfahrens erst noch beweisen, weil es z. B. nicht gleich in die Augen fällt, daß der Triangel den ich auf

die

die euch vorhin (in der Letzten Lection) gezeigte Art verfertige, gleichschenklicht ist. Wenn ich nun jetzt sage: sucht mir aus diesen vier Sätzen einen heraus, welcher verlangt, daß man etwas thun soll, was jeder ohne besondere Belehrung oder Anweisung verrichten kann und wobey es gar nicht nöthig ist, erst zu beweisen, daß er es auf die rechte Art verrichtet habe, welchen würdet ihr wählen? K. Den ersten oder dritten.

L. Da hättet ihr recht gewählet. Könnt ihr mir aber auch sagen, welcher von diesen vier Sätzen befiehlt, daß etwas geschehen soll, was man ohne besondere Anweisung, wie es verrichtet werden soll, nicht verrichten kann, und wobey es auch nöthig ist, die Richtigkeit des angewandten Verfahrens zu beweisen? K. Der zweyte und vierte befiehlt das.

L. Nunmehro kennt ihr eine besondere Beschaffenheit des ersten und dritten, dann des zweyten und vierten Satzes. Sätze, welche die an dem ersten und dritten wahrgenommene Beschaffenheit haben, nennt man Forderungen oder Heischesätze; solche aber, welche von der Beschaffenheit des zweyten und vierten sind, nennt man Aufgaben. Nunmehr werdet ihr mir antworten können, wenn ich frage: was ist ein Heischesatz? K. Ein solcher Satz, der etwas zu thun verlangt, was jeder ohne besondere Belehrung verrichten kann, und wobey ꝛc.

L. Was ist aber eine Aufgabe? K. Ein solcher Satz, welcher befiehlt (verlangt), daß etwas geschehen soll, was man ohne besondere Anweisung, wie es geschehen soll ꝛc.

L. Jetzt kennt ihr verschiedene Arten von Sätzen: könnt ihr mir alle diese Arten nennen? K. Grundsätze, Lehrsätze, Heischesätze (Forderungen) und Aufgaben.

L. Recht! Der Heischesätze giebt es in der Geometrie nicht mehr, als drey. Es sind dieß unsere drey Regeln, die ihr schon neulich gelernt habt. Die Zahl der Grundsätze, Lehrsätze und Aufgaben ist nicht bestimmt. Die meisten Grundsätze habe ich euch aber bekannt gemacht, von den Lehrsätzen und Aufgaben, will ich euch nach und nach so viel bekannt machen, als ihr als Anfänger zu wissen nöthig habt. Nun merkt nur noch, daß sowol zu einem Lehrsatze als zu einer Aufgabe drey Stücke gehören. Zu einem Lehrsatze gehört nämlich 1) der Satz selbst; 2) die Construction oder die Verzeichnung der Hülfslinien zur Führnng des Beweises; 3) der Beweis. Zu einer Aufgabe gehört 1) die Aufgabe selbst oder der Satz, der uns sagt, was geschehen soll; 2) die Auflösung, die die Art zeigt, wie das Verlangte geschehen soll; 3) der Beweis, der die Richtigkeit der Auflösung zeigt.

Achter Satz.

Aufgabe.

L., (welcher AB, CD, EF fig. 68 verzeichnet hat.) Was für eine Figur läßt sich wohl aus diesen drey Linien beschreiben? oder: welche Figur würde

würde wohl entstehen, wenn wir eine Fläche mit diesen drey Linien begrenzten? K. Ein ungleichseitiges Dreyeck.

L. Warum denn nur ein Dreyeck? K. Weil man mit drey Linien eine Fläche nur auf drey Seiten begrenzen kann.

L. Warum meynt ihr aber, daß wir aus diesen drey Linien nur ein ungleichseitiges Dreyeck beschreiben können? K. Weil keine der andern gleich ist.

L. Gut! Was müssen aber immer je zwey und zwey dieser Linien zusammen genommen und gegen die dritte gehalten für eine Beschaffenheit haben, wenn es möglich seyn soll, daß aus allen dreyen ein Dreyeck beschrieben werde? K. Sie müssen immer größer als die dritte seyn.

L. Wie wollt ihr den einem Andern, der meine vorhergehende Frage nicht gehört hätte, bekannt machen, was ihr mit dieser eurer Antwort sagen wollt? K. Wir würden sprechen: je zwey und zwey von den hier verzeichneten Linien müssen grösser als die dritte seyn, wenn es möglich seyn soll, daß ꝛc.

L. Dieser Fall findet hier bey dem verzeichneten Linien Statt, es läßt sich also ein Dreyeck daraus beschreiben. Ich will nun sehen, wer von euch ohne meine Beyhülfe auf das hier anzuwendende Verfahren kommen wird. K. — *)

L. Grund-

*) Ich fand immer, daß nur die wenigsten meiner Schüler auf das rechte Verfahren, so nahe es auch nach den vor-

L. Grundlinie nennt man nicht bloß die dritte von den beyden gleichen Seiten verschiedene Seite eines gleichschenklichten Dreyecks, sondern jede Seite, worauf wir uns eine Figur als stehend vorstellen wollen. Wenn ich mir z. B. vorstelle, daß diese Figuren (fig. 47 und 48) auf den Seiten EF und IH stehen, so können wir diese Seiten ihre Grundlinien nennen. Wenn wir sie uns aber herumgedreht und auf den Seiten DF und GI stehend denken wollen, so können wir diese Seiten ihre Grundlinien nennen. Wenn wir nun einen Triangel hier an der Tafel so verzeichnen wollten, daß wir sagen könnten: er steht auf einer seiner Seiten, so wäre es am bequemsten, wenn wir die Seite, worauf er stehen sollte, zuerst verzeichneten. Nun wollen wir von diesen drey Linien da (fig. 68) eine — es ist gleichviel welche? — zur Grundlinie des zu verzeichnenden Triangels wählen. Welche soll es seyn? K. (sagt z. B. AB.)

L. Nun, Fritz, verzeichne also eine Linie, die so lang als AB ist. K. (verzeichnet AB fig. 69)

L. Jetzt haben wir eine der drey gegebenen Linien zur Grundlinie genommen *). Wenn ihr nun über

vorhergehenden Lectionen liegt, kamen. Die meisten nahmen zwar eine der gegebenen Linien zur Grundlinie an, setzten aber dann die übrigen beyden unter ihnen beliebigen Winkeln an, wo sie dann einander schnitten, oder einander nicht erreichten.

*) Von hier an kann man auch also fortfahren: Nun thut, was ich euch sage, merkt aber dabey recht, was ihr nach und nach verrichtet, um mir dieß nachher recht ordent-

über diese Linie ein gleichseitiges Dreyeck beschreiben solltet, mit welchem Halbmesser würdet ihr da aus ihren Endpuncten Bogen, die sich schneiden, über ihr beschreiben? K. Mit dem Halbmesser AB.

L. Wenn

ordentlich und bestimmt wieder sagen zu können. Jetzt nehmt CD zum Halbmesser, und beschreibt aus A über AB einen Bogen und bezechnet ihn mit mn. K. (thun dieß.) L. Wenn wir nun aus A an einen Punct des jetzt beschriebenen Bogens mn eine gerade Linie zögen, welcher von den drey gegebenen würde sie gleich seyn? K. Der CD. L. Freylich! Denn CD ist ja der Halbmesser des Kreises, wovon hier nur ein Bogen beschrieben ist, und A ist der Mittelpunct dieses Kreises. Wenn wir also von A aus nach irgend einem Puncte in mn eine gerade Linie ziehen, so ziehen wir den Halbmesser der von der Länge CD ist. — Nun nehmt EF zum Halbmesser und beschreibt aus B einen Bogen, welcher mn schneidet, und bezeichnet ihn mit op. K. (thun dieß.) L. Wenn wir jetzt aus B nach einem Puncte in op eine gerade Linie zögen, welcher von den drey gegebenen würde diese gleich seyn? K. Der EF. L. Freylich! Denn eine solche Linie wäre ja auch der Halbmesser eines Kreises, welcher mit EF beschrieben worden ist. Nun zieht aus A B gerade Linien nach dem Durchschnittspuncte der Bogen mn und op und bezeichnet den Punct wo sie zusammen stoßen mit C. K. (thun dieses.) L. Jetzt haben wir ein Dreyeck, in welchem jede Seite einer der drey gegebenen Linien gleich ist. Wer kann mir nun sagen, wie wir es gemacht haben, um dieses Dreyeck zu erhalten? K. (beschreiben das Verfahren.)

L. Wenn ihr aber über diese Linie ein gleichschenklichtes Dreyeck beschreiben solltet, in dem jede der gleichen Seiten so groß wäre als CD (fig. 68), mit welchem Halbmesser würdet ihr denn sich schneidende Bogen über ihr beschreiben? K. Mit CD.

L. Recht! Die beyden Linien, die ihr dann von A und B nach dem Durchschnittspuncte zöget, wären so groß, als CD (fig. 68). Nun soll aber in unserm Dreyecke nur Eine, nicht beyde Seiten, so groß als CD und dagegen die dritte so groß als EF werden: fällt euch nun noch nicht ein, was zu thun ist, um das verlangte Dreyeck heraus zu bringen. K. Ach ja! Erst beschreiben wir mit CD aus A (B), dann mit EF aus B (A) Bogen die einander schneiden und ziehen dann aus A und B gerade Linien nach dem Durchschnittspuncte.

L. Nun thut dieses. K. (beschreiben das Dreyeck ABC fig. 69.)

L. Jetzt ist es recht! Ihr habt nun ein Dreyeck beschrieben, worin jede Seite einer von diesen drey gegebenen Linien gleich ist, oder: ihr habt aus drey gegebenen Linien ein Dreyeck beschrieben. Wie viel von euch können das Verfahren, das wir hiebey beobachtet haben, noch Ein Mahl recht deutlich beschreiben? K. Wir nahmen erst eine von den drey gegebenen Linien zur Grundlinie an, dann beschrieben wir mit der zweyten der gegebenen Linien aus dem einen Endpuncte der Grundlinie einen Bogen über ihr, hierauf beschrieben wir auch mit der dritten gegebenen Linie aus dem andern Endpuncte der Grundlinie einen Bogen, der den ersten schnitt, endlich

lich zogen wir aus den Endpuncten der Grundlinie nach dem Durchschnittspuncte gerade Linien.

L. Gut! Ihr habt mir jetzt gesagt, wie ihr die Aufgabe: aus drey gegebenen Linien einen Triangel zu beschreiben aufgelöst habt, oder: eure jetzige Beschreibung enthielt die Auflösung einer Aufgabe.

L., (welcher fig. 48 verzeichnet.) Jetzt will ich drey andere Linien geben, die aber eine solche Lage gegen einander haben, daß sie schon ein Dreyeck bilden. Solltet ihr wohl aus diesen drey Linien auch ein Dreyeck beschreiben können? K. Ja wohl!

L. So beschreibt eins daraus, macht aber GI zur Grundlinie und sagt mir vorher alles, was ihr jetzt nach und nach alles thun wollt. K. (thun das Befohlne.)

L. Nun möchte ich wohl wissen, was zwischen eurem und meinem Dreyecke da (fig. 48) in Ansehung der Gestalt und Größe für ein Unterschied ist. K. In Ansehung dieser Puncte ist gar keiner.

L. Wie wollt ihr mir dieß mit dem gewöhnlichen Ausdrücken anzeigen? K. Beyde Dreyecke sind einander gleich und ähnlich.

L. Woher wißt ihr denn aber, daß dieses der Fall ist? K. Weil in dem Dreyecke, welches wir verzeichnet haben, die drey Seiten einzeln genommen so groß sind, als rc.

L. Das ist recht! Seyd ihr denn wohl im Stande, mir die gleichnamigen Theile dieser Dreyecke zu bezeichnen? K. (thun dieß.)

L. Liegen denn wohl in diesen beyden Dreyecken alle gleichnamigen Theile nach einerley Gegend hin? K. Nein.

L. Welchen Ausdruck gebraucht man gewöhnlich, um das, was ihr jetzt verneint habt, anzuzeigen? K. Beyde Dreyecke haben nicht einerley Lage.

L. Gut! Wenn nun jemand sagte: ihr könnt kein gegebenes Dreyeck in einer veränderten Lage verzeichnen, würdet ihr diesen recht geben, oder würdet ihr das Gegentheil behaupten? K. Wir würden das Gegentheil bebaupten.

L. Wie müßte denn da der Satz mit dem ihr dieses Gegentheil behauptet, lauten? K. Wir können ein gegebenes Dreyeck in veränderter Lage verzeichnen.

L. Zum Beweise, daß ihr dieses wirklich und zwar recht accurat und fertig könnt, zeichnet mir jedes dieser Dreyecke (man verzeichne fig. 29. 32. 33 rc.) in veränderter Lage erstlich vermittelst des Zirkels, nachher aber durch Hülfe des Augenmaßes nach, und bemerkt in jedem gleichen und ähnlichen Paare alle gleichnamigen Theile mit unsern gewöhnlichen Zeichen.

Fleißige Uibung!

Neunter Satz.

Zugabe.

L, (welcher fig. 70 verzeichnet hat.) Was bilden den diese beyden Linien (AB und AC) da? K. Einen Winkel.

L. Wäre

L. Wäre es denn nicht möglich einen Triangel daraus zu machen? K. O ja.

Auf welche Art könnte denn dieses etwa geschehen? K. Wenn man die beyden Endpuncte der Schenkel dieses Winkels mit einer geraden Linie verbände. (Wenn man von B nach C eine gerade Linie zöge.)*)

L. Denkt einmal recht nach und sagt mir, ob es durchaus nöthig ist, daß ich gerade von C nach B eine gerade Linie ziehe, wenn ich aus diesem Winkel einen Triangel bilden will. K. — **)

L. Merkt wohl: ich will bloß einen Triangel aus diesem Winkel bilden, und es ist die Frage, ob ich die dritte Linie gerade zwischen B und C ziehen muß, oder ob ich sie zwischen zwey andern auf den beyden Schenkeln liegenden Puncten ziehen kann. K. Sie können sie auch zwischen zwey andern Puncten ziehen.

L. Wo muß ich aber diese Puncte annehmen? K. Wo sie wollen.

L. Richtig! Es soll ja nur ein Dreyeck ohne bestimmte Länge seiner Seiten gebildet werden. Nun macht aus diesen Winkel ein Dreyeck. K. (ziehen z. B. mn.)

L Nun will ich sehen, wer über die Linie DE ein Dreyeck beschreiben kann, welches dem Dreyecke mAn gleich und ähnlich ist, und in welchem der Scheitel des gleichnamigen Winkels von A im Puncte D liegt. K. (thun dieses und beschreiben das Dreyeck DFG.)

 L. Könnt

*) So antworten die meisten Kinder.

**) Meine Schüler besannen sich hier.

L. Könnt ihr mir auch sagen, was ihr jetzt gethan habt? K. Wir haben über die Linie DE ein Dreyeck beschrieben, welches dem Dreyecke mAn gleich und ähnlich ist.

L. Aber wie wollt ihr mir beweisen, daß letzteres dem erstern wirklich gleich und ähnlich ist? K. Wir haben ja jede einzelne Seite des letztern so groß gemacht, als eine von den Seiten des erstern ist, und wenn in dem einen von zwey Dreyecken die drey Seiten einzeln genommen so groß sind, als ꝛc.

L. Das ist richtig! Nun sagt mir aber, wie sich die Winkel D und A zu einander verhalten? K. Die sind einander gleich.

L. Woher kann man wissen, daß gerade diese zwey Winkel einander gleich sind? K. Daher, weil sie gleichen Seiten gegen über stehen.

L. Jetzt will ich die Seiten mn im Triangel mAn und FG im Triangel FDG wieder weglöschen, so daß wir die Winkel A und D übrig behalten. Wer weiß nun, wie sich beyde Winkel zu einander verhalten? K. Sie sind immer noch einander gleich.

L. Aber es sind doch die ganzen Triangel, wovon sie vorhin Theile waren, nicht mehr vorhanden? K. Das thut nichts, da ja mit diesen Winkeln keine Veränderung vorgegangen ist.

L. Gut! Welcher von diesen beyden Winkeln war uns den gleich Anfangs gegeben? K. Der Winkel A.

L. Und

L. Und diesem gegebenen Winkel ist der von euch verfertigte nicht nur gleich, sondern er liegt auch an einem gegebenen oder bestimmten Puncte einer geraden Linie. Ihr seyd so nach im Stande, an einen gegebenen Punct einer geraden Linie einen Winkel zu setzen, der einem gegebenen Winkel gleich ist. Wenigstens habt ihr dieses jetzt Ein Mahl gethan, und ich denke ihr werdet es öfter thun können. Wir wollen gleich noch einen Versuch von der Art machen. Ich gebe euch jetzt auf, den Winkel A (fig. 70) an den Punct H der Linie HE zu setzen. (Die Linie DE, so wie die Buchstaben D, F und G werden natürlich weggelöscht.) Habt ihr gemerkt, was iht thun sollt? K. Wir sollen den Winkel A an den Punct H ꝛc.

L. Wenn ihr alles das thut, was wir erst gethan haben, so werdet ihr am Ende am Puncte H einen Winkel haben, welcher so groß als A ist. K. (wiederhohlen das vorige Verfahren.)

L. Nun habt ihr wieder etwas Neues gelernt, denn ihr wißt jetzt, was ihr vorher noch nicht wußtet, wie man es machen muß, wenn man an einen gegebenen Punct einer geraden Linie einen Winkel setzen soll, der ꝛc. Jetzt will ich sehen, ob ihr mir sagen könnt, wie man zu einem andern sprechen müßte, der das nämliche thun sollte, was ihr jetzt gethan habt? K. Wir müßten sprechen: Setze an einen gegebenen Punct einer geraden Linie einen Winkel, der einem gegebenen Winkel gleich ist.

L. Unter welche Art der euch bekannten Sätze gehört denn der, den ihr jetzt ausgesprochen habt? K. Unter die Aufgaben.

L. Woran erkennt ihr, daß dieser Satz unter die Aufgaben gehört? K. Daran, weil er etwas zu thun befiehlt, was man ohne besondere Anweisung nicht verrichten kann.

L. Gut! Die Art, wie das, was dieser Satz verlangt, verrichtet werden muß, habe ich euch gelehrt. Wie würdet ihr sie einem Andern lehren, oder: mit welchen Worten würdet ihr einem Andern sagen, was er zu thun habe, wenn er thun wollte, was unsere jetzige Aufgabe von ihm verlangt. K. Den gegebenen Winkel mache zu einem Triangel, dann beschreibe aus den drey Seiten dieses Triangels über die gegebene Linie einen andern Triangel und richte es so ein, daß der gegebene Winkel an den gegebenen Punct zu liegen komme: alsdann lösche die in dem gegebenen Winkel gezogene dritte Seite und die gleichnamige Seite in dem neu verzeichneten Triangel wieder weg.

L. Ganz recht! Ihr habt jetzt wieder gezeigt, wie eine Aufgabe aufgelöst werden muß. Nun wollen wir sehen, ob wir der Mühe, die Seiten, die wir nachher wieder weglöschen müssen, zu ziehen, nicht überhoben seyn können. Hier ist abermahls ein Winkel (CAB fig. 70) der an den Punct G der Linie GE gelegt werden soll. Was wäre jetzt nun das Verlangte zu bewerkstelligen, vor allem zu thun? K. Die Schenkel des gegebenen Winkels müßten

müßten durch eine gerade Linie mit einander verbunden werden.

L. Bezeichnet mir doch auf den Schenkeln des Winkels A die Puncte, zwischen welchen ihr etwa diese Lienie ziehen wolltet. K. (bezeichnen z. B. o und p.)

L. Was haben wir denn für eine Figur, wenn wir uns zwischen den Puncten o und p eine gerade Linie bloß denken? K. Ein Dreyeck.

L. Sollte es denn nicht möglich seyn, aus den drey Linien dieses Dreyecks, wovon ihr euch aber die dritte, deren Endpuncte bezeichnet sind, nur denkt, ein anders Dreyeck über die Linie GE zu beschreiben? Macht doch einmahl einen Versuch. K. (beschreiben das Dreyeck GKL)

L. So ist es recht! Aber welche Linie hättet ihr in diesem Dreyecke gar nicht zu ziehen gebraucht? K. Die KL.

L. Freylich! Denn diese müssen wir ja wieder weglöschen. Nun will ich GK und KL wieder weglöschen, probirt es noch Ein Mahl und beschreibt das Dreyeck GKL ohne die Linie KL wirklich zu ziehen. K. (thun dieses.)

L. Seht! jetzt haben wir durch ein kürzeres Verfahren, als unser voriges ist, erlangt, was unsere Aufgabe will. Geschwind wollen wir dieses Verfahren noch ein paar Mahl anwenden. Hier an diesen Punct in dieser Linie (man verzeichne eine nach Belieben) soll ein Winkel gesetzt werden, der

diesem da (nach Belieben verzeichneten) gleich ist. K. (thun das Verlangte.)

L. Nun aber will ich sehen, wer mir das jetzt angewandte Verfahren recht ordentlich und bestimmt beschreiben kann. Ihr könnt hiebey auf eure Figur (es mag fig 70 seyn) Rücksicht nehmen und alle Puncte und Linien mit den daselbst befindlichen Buchstaben nennen. K. Wir haben auf den Schenkeln des Winkels A die Puncte o und p nach Belieben gewählt und zwischen ihnen eine gerade Linie gedacht, wodurch wir den Triangel A p o bekommen. Aus den drey Seiten dieses Triangels beschrieben wir über die gegebene Linie GE den Triangel GKL ohne jedoch die Seite KL zu ziehen. Dabey richteten wir es so ein, daß der gleichnamige Winkel von A an G, den gegebenen Punct, zu liegen kam.

L. So ist es recht! Nun merkt: Wenn man beweisen will oder muß, daß der neu verfertigte Winkel dem gegebenen gleich sey, so müssen, wie wir es Anfänglich machten, beyde Triangel vollendet werden. Wird aber dieser Beweis nicht verlangt, so bedient man sich des letzterm Verfahrens. — Jetzt will ich einmahl sehen, wer so geschickt ist, an den Punct G (fig. 70) einen Winkel zu setzen, der diesem (nach Belieben verzeichneten) da gleich ist, dessen Oeffnung aber nach der linken Hand zu steht. K. (thun dieses.)

Nun übe man die Kinder an jeden gegebenen Punct einer geraden Linie einen Winkel zu setzen, der einem gegebenen gleich, von diesem aber in Ansehung der Lage bald verschieden ist, bald aber auch nicht.

Zehn-

Zehnter Satz.

Aufgabe.

L. Hier (fig. 71) habe ich die Linie A C und auf ihr den Punct B bemerkt. Sagt mir jetzt, welche unserer Regeln wir hier anwenden können. K. Die zweyte und die dritte.

L. Wenn wir die zweyte anwenden, und also diese Linie entweder verlängern oder verkürzen, so behalten wir immer, was wir schon haben, eine gerade Linie, auf welcher uns ein Punct gegeben ist. Wir wollen also die dritte anwenden. Was müssen wir nach dieser thun? K. Kreise beschreiben.

L. Aus welchen Puncten können wir hier Kreise beschreiben? K. Aus A, B und C.

L. Und mit welchen Halbmessern können wir dieses thun? K. Mit AB, BC und AC.

L. Wenn wir aus A und C mit dem Halbmesser A C Kreise beschreiben, so bekommen wir, die Figur, die wir neulich schon hatten. Ich will aber, daß wir etwas Neues bekommen, daher beschreibt aus B mit einem Halbmesser, der etwas kleiner als AB und BC ist, einen Kreis, oder, welches eben so viel ist, beschreibt aus dem auf der AC gegebenen Puncte einen Kreis, welcher die gegebene Linie zwey Mahl schneidet. K. (thun dieses.)

L. Nun bezeichnet die Durchschnittspuncte mit x und u. — So! Jetzt sagt mir geschwind, wie sich die Linie Bx zu der Linie Bu verhält? K. Die müssen ja beyde einander gleich seyn.

L. Wo-

L. Woher kann man dieses wissen? K. Daher, weil beyde Linien Halbmesser eines Kreises sind.

L. Das ist richtig! Nun, denke ich, werdet ihr euch wohl nicht lang auf die nöthige Verfahrungsart zu besinnen brauchen, wenn ich sage: schneidet mir von einer gegebenen Linie auf beyden Seiten eines in ihr gegebenen Punctes gleiche Stücke ab. Wer kann dieses thun? Hier ist die Linie und ein in ihr gegebener Punct. K. Ich rc.

L. Was kannst du nach deiner jetzigen Behauptung thun? K. Ich kann von einer gegebenen Linie auf beyden Seiten rc.

L. Nun! thue dieses. K. (wendet das vorige Verfahren an.)

L. Du hast das rechte Mittel zur Erreichung deines Zweckes angewendet. Aber wer kann mir nun sagen, wie man es macht, wenn man von einer geraden Linie auf beyden Seiten eines in ihr gegebenen Punctes gleiche Stücke abschneiden will? K. Da darf man ja nur aus dem gegebenen Puncte einen Kreis beschreiben, der die gegebene Linie zwey Mahl schneidet.

L. Gut! Ist es denn aber durchaus nöthig, den ganzen Kreis zu beschreiben, wenn wir auf der Linie A C die Puncte x und u finden wollen? K. Nein, man darf nur die kleinen Bogen bey x und u mit einerley Halbmesser machen.

L, Richtig! Hier (fig. 72) ist wieder eine Linie A C und der Punct B, schneidet nun vermittelst kleiner Bogen zu beyden Seiten des Punctes B gleiche Stücke

Stücke von dieser Linie ab, und bemerkt die Durchschnittspuncte mit x und u. K. (thun dieses.)

L. Jetzt haben wir wieder ein Paar neue Punkte: welche sind es? K. Die Durchschnittspuncte x und u.

L. Welche von unsern Regeln können wir jetzt wieder anwenden? K. Die dritte, denn wir können nun aus x und u Kreise beschreiben.

L. Aber mit welchem Halbmesser? Ist uns jetzt keine Linie hiezu gegeben? K. Wir könnten xB oder xu, oder CB dazu nehmen.

L. Richtig! Wir wollen einmahl xu dazu nehmen. Also aus x und u sollt ihr mit dem Halbmesser xu Kreise beschreiben. K. Beschreiben die Kreise O und P.

L. Nun bezeichnet erst alle neuen Puncte, die wir jetzt bekommen haben, mit Buchstaben. K. (bezeichnen die Durchschnittspuncte der Kreise mit D und E.)

L. Welche unserer Regeln können wir jetzt befolgen? K. Die erste.

L. Recht! Diese können wir mehrmals anwenden: wir wollen aber vors erste nur aus x und u nach D gerade Linien ziehen. — So! Jetzt sagt mir geschwind, was xDu für ein Dreyeck ist. K. Das ist ein gleichseitiges.

L. Womit beweist ihr mir dieses? K. (widerhohlen den oben gegebenen Beweis.)

L. Da ihr mir jetzt bewiesen habt, daß dieß ein gleichseitiges Dreyeck ist, so brauchen wir die Kreise nicht

nicht mehr, daher ich sie wieder weglösche. Jetzt sagt, ob wir bey unserm Dreyecke nicht wieder die erste unserer Regeln befolgen können. K. Ja, wir können von D nach B eine gerade Linie ziehen.

L. Richtig! Thut dieses. K. (ziehen BD.)

L. Wie viel haben wir jetzt Dreyecke bekommen? K. Zwey.

L. So oft, sagte ich neulich, euch ein Paar Dreyecke vorkommen, so sollt ihr nachforschen und sehen, ob sich an ihnen nicht eins der Merkmahle befindet, woraus ihre Gleichheit und Aehnlichkeit bewiesen werden kann. Diese Nachforschung stellt jetzt an. (Manche Kinder finden gleich, daß jede Seite des einen dieser Dreyecke so groß ist, als eine Seite des andern, manche finden dieses aber auch nicht. Im letztern Falle frage man:) Wie mag sich doch wohl die Seite Dx zu Du verhalten? K. Diese sind einander gleich.

L. Woher könnt ihr dieses wissen? K. Weil es zwey Seiten eines gleichseitigen Dreyecks sind.

L. Aber wie verhält sich xB zu Bu? K. Diese sind auch einander gleich.

L. Aus welchem Grunde behauptet ihr dieses? K. Das sind ja die gleichen Stücke, die wir vorhin zu beyden Seiten des Punctes B von AC abgeschnitten haben.

L. Nun haben wir schon zwey Seiten, in dem einen dieser Dreyecke wie im andern. Wenn wir nun noch einen Winkel oder eine Seite in dem einen von der Größe wie im andern fänden, so wäre ein

Merk-

Merkmahl ihrer Gleichheit und Aehnlichkeit da. Könnt ihr keines dieser uns noch fehlenden Stücke finden? K. Ey ja! DB gehört beyden Triangeln zu, daher diese Seite in dem einen so groß wie im andern ist.

L. Gut! Was können wir nun, da wir wissen, daß jede Seite des einen dieser Triangel so groß als eine Seite im andern ist, von diesen beyden Figuren behaupten? K. Daß sie einander gleich und ähnlich sind.

L. Nun bezeichnet mir doch alle Winkel, die noch nicht bezeichnet sind, mit Buchstaben. K. (setzen m und n, o und p hin.)

L. Haben wir denn hier nicht ein Paar Nebenwinkel? K. o und p sind solche.

L. Und wie verhalten sich diese Nebenwinkel? K. Sie sind einander gleich.

L. Woher wißt ihr, daß diese Winkel einander gleich sind? K. Daher, weil es Winkel von zwey gleichen und ähnlichen Dreyecken sind, und gleichen Seiten gegenüber stehen.

L. Wie nennt man denn Nebenwinkel, die einander gleich sind? K. Rechte Winkel.

L. Und wie stehen denn die Linien auf einander, welche rechte Winkel bilden? K. Senkrecht.

L. Wie muß also die Linie DB auf dem in der Linie AC gegebenen Puncte B stehen? K. Senkrecht.

L. Gut! Nun haben wir heraus gebracht, daß die Linie DB auf dem Puncte B senkrecht steht.

Ich

Ich lösche jetzt die Linien u D und x D wieder weg: sagt mir, wie nun D B auf A C steht? K. Immer noch senkrecht.

L. Freylich! Ihre Richtung hat sich ja nicht verändert. Wenn uns nun vorhin jemand den Auftrag gegeben hätte: aus einem gegebenen Puncte auf einer geraden Linie eine senkrechte Linie zu ziehen, und wir hätten auf die Art, wie wir es jetzt gemacht haben, aus dem Puncte B die Linie B D gezogen, hätten wir denn da seinen Auftrag ausgerichtet? K. Ja.

L. Von welchem Auftrage behauptet ihr, daß wir ihn durch unser jetzt beobachtetes Verfahren ausgerichtet hätten? K Von dem: aus einem gegebenen Puncte auf einer geraden Linie eine senkrechte Linie zu ziehen.

L. Wenn ihr nun diesen Auftrag einem Andern geben wolltet, wie würdet ihr da zu ihm sprechen? K. Ziehe aus einem gegebenen Puncte auf einer geraden Linie eine senkrechte Linie.

L. Statt dieser Worte kann man auch folgende brauchen: errichte aus einem gegebenen Puncte einer geraden Linie einen Perpendikel. Zu welcher Art von den euch bekannten Sätzen gehört denn der jetzt Ausgesprochene? K. Zu den Aufgaben.

L. Wer kann mir nun wohl sagen, wie die Auflösung dieser Aufgabe lautet, oder: wer kann einem Andern die ganze Verfahrungsart beschreiben, die man anwenden muß, wenn man das thun will, was unsere Aufgabe verlangt? K. —

L. Wir

L. Wir wollen die nämliche Aufgabe noch Ein Mahl auflösen, und hiebey sollt ihr mir die Auflösung theilweise, nachher aber im Zusammenhange sagen. Hier (ich nehme wieder fig 72 zu Erläuterung) ist wieder eine gerade Linie A C und in ihr der Punct B, aus welchem eine senkrechte Linie gezogen werden soll. Was haben wir jetzt vor allem zu thun? K. Wir müssen auf beyden Seiten des Punctes B gleiche Stücke von der Linie A C abschneiden.

L. Thut dieses. — Was muß jetzt geschehen? K. Jetzt müssen wir mit dem Halbmesser x u aus den Puncten x und u Kreise beschreiben.

L. Recht! — Nun sind die Kreise beschrieben, was ist jetzt weiter zu thun? K. Jetzt müssen wir von u und x und B nach dem Durchschnittspuncte D gerade Linien ziehen.

L. Und wie wird die zu ziehende Linie D B auf A C stehen? K. Senkrecht.

L. Nun zieht diese Linien und sagt mir dann alles zusammen genommen, was ihr jetzt hinter einander gethan habt. K. Erstlich haben wir zu beyden Seiten des Punctes B gleiche Stücke von der Linie A C abgeschnitten, alsdann &c.

L. Jetzt habt ihr mir gesagt, wie ihr die Aufgabe: aus einem gegebenen Puncte in einer geraden Linie &c. aufgelöst habt. Nun ist noch übrig, daß ihr den Beweis führt, und also zeigt, daß D B wirklich auf der Linie A C senkrecht steht, oder daß eure Auflösung der erwähnten Aufgabe richtig ist. K. (wiederhohlen den vorhin beygebrachten Beweis.)

L. Nun sagt mir einmahl, durch wie viel Puncte die Richtung einer geraden Linie bestimmt wird. K. Durch zwey.

L. In unserer Aufgabe war uns der Punct B, aus welchem eine auf AC senkrecht stehende Linie gezogen werden sollte, gegeben, was brauchten wir daher nur noch zu suchen, um der Linie DB die gehörige Richtung, also die senkrechte Stellung auf AC zu geben? K. Den Punct D.

L. Sagt mir doch, ob es, um bloß den Punct D zu finden, nöthig ist, daß alle Linien, die wir jetzt hier (fig. 72) haben, gezogen werden? K. Nein.

L. Sagt mir einmahl, welche Linien wir entbehren könnten, wenn wir nur den Punct D suchen, aber keinen Beweis führen wollten? K. Da können wir erstlich den größten Theil der beyden Kreislinien und die Seiten Du und Dx entbehren.

L. Recht! Wir brauchen bloß ein Paar Bogen, die aus x und u mit einerley Halbmesser gezogen sind und bey D einander schneiden, da dieser Durchschnittspunct die Richtung bestimmt, welche eine aus dem Puncte B gezogene senkrechte Linie nehmen muß. Zugleich merkt, daß die Bogen bey D nicht gerade mit dem Halbmesser xu beschrieben werden müssen, sondern mit jedem beliebigen Halbmesser, wenn er nur größer als die Hälfte von xu ist, beschrieben werden können. Denn da es bey dem Beweise nur darauf ankommt, daß die Seiten xD und uD einander gleich sind, so kann Statt eines gleichseitigen auch ein gleichschenklichtes Dreyeck über xu beschrieben werden. — Nun will ich sehen, wer mir

mir auf die kürzeste Art aus einem auf einer geraden Linie gegebenen Puncte eine senkrechte Linie ziehen kann. K. (üben sich nun in diesem Geschäfte. Wenn dieses geschehen ist, so gebe man der Linie AC (fig. 72) eine schiefe oder senkrechte Stellung auf der Tafel und lasse aus dem Puncte B eine senkrechte Linie ziehen.)

Hier zeige man, wie man durch Hülfe eines messingen oder hölzernen Winkelmaßes oder rechtwinklichten Dreyecks senkrechte Linien ziehen kann und im gemeinen Leben zieht, sage aber dabey, daß dieses Verfahren ein mechanisches, das erst gelehrte aber ein geometrisches genannt werde. Dasjenige Verfahren nämlich in der Geometrie, wobey man andere Werkzeuge als den Zirkel und das Lineal anwendet, oder wobey man auch nur etwas durch wiederhohltes Versuchen findet, wenn auch nur erwähnte Werkzeuge dabey gebraucht würden, heißt mechanisch. Dasjenige aber, wobey man bloß den drey Forderungen gemäß verfährt und alles durch richtige Schlüße, ohne alles Probiren und ohne alle von dem Lineale und Zirkel verschiedene Werkzeuge, findet, oder verrichtet, heißt geometrisch.

Eilfter Satz.

Aufgabe.

L., (welcher von fig. 73 den Punct A und die Linie BC verzeichnet hat.) Ich gebe euch hier abermahls, wie in der vorigen Lection eine gerade Linie und einen Punct. Sagt mir, ob dieser Fall von

 dem

dem vorigen verschieden ist oder nicht. K. Er ist davon verschieden.

L. Welcher Unterschied ist denn zwischen beyden Fällen? K. Im vorigen Falle war ein Punct auf einer geraden Linie gegeben, in diesem ist aber ein Punct über einer geraden Linie gegeben.

L. Gut! Um anzuzeigen, daß ein Punct nicht auf oder in einer Linie liegt, spricht man: er liegt oder befindet sich außerhalb einer Linie, er mag dann über oder unter ihr liegen. Nun sagt mir, was ich euch jetzt für Stücke gegeben habe. K. Eine gerade Linie und einen Punct außerhalb derselben.

L. Wenn ich jetzt von dem Puncte A eine gerade Linie auf BC zöge, was könnte diese für eine Stellung haben? K. Sie könnte schief oder senkrecht auf BC stehen.

L. Richtig! Wenn ich nun spräche: es soll von dem Puncte A eine senkrechte Linie auf BC gezogen, oder: es soll von einem gegebenen Puncte, der sich außerhalb einer gegebenen Linie befindet, eine senkrechte Linie darauf gezogen werden, was wäre dieses für ein Satz? K. Eine Aufgabe.

L. Diese Aufgabe will ich jetzt wirklich geben. Ihr sollt mir jetzt von dem Puncte A eine senkrechte Linie auf BC ziehen oder, wie man auch spricht, aus A auf BC einen Perpendikel (ein Loth) fällen. Wißt ihr schon, wie ihr dieses anzufangen habt? K. Nein.

L. Da muß ich euch also zeigen, wie diese Aufgabe aufgelöst wird. Thut jetzt alles, was ich euch heißen werde, und bemüht euch euer Verfahren zu merken, damit ihr mir es hernach beschreiben könnt. Aus dem gegebenen Puncte A beschreibt einen Kreis, der die gegebene Linie zwey Mahl schneidet, bezeichnet den rechts liegenden Durchschnittspunct mit u und den andern mit x und ziehet von A nach x und u, gerade Linien*). — Wer sagt geschwind was ihr jetzt gethan habt? K. Wir haben ꝛc.

L. Was für eine Figur habt ihr denn durch das Ziehen der Linien xA und uA bekommen? K. Ein Dreyeck.

L. Zu welcher Art von Dreyecken gehört es denn? K. Zu den Gleichschenklichten?

L. Aus welchem Grunde könnt ihr dieses behaupten? K. Weil Ax und Au Halbmesser eines Kreises sind.

 L. Gut!

*) Ich sage absichtlich alles dieses auf Ein Mahl, um die Kinder zu gewöhnen, etwas längere Sätze ins Gedächtniß zu faßen und dieses dadurch zu stärken. Daß dergleichen Uibungen sehr nöthig sind, beweist der Umstand, daß die meisten Kinder, wenn sie den Kreis aus A, der oft nicht einmahl BC schneidet, beschrieben haben, ihre Nachbarn links und rechts fragen: du, was sollen wir jetzt thun?

L. Gut! Dieses merkt recht. Nun gebt weiter Acht! Unter der Sehne*) des von euch beschriebenen Kreises beschreibt ein gleichschenklichtes Dreyeck von dem erwähnte Sehne die Grundlinie ist und bezeichnet seine unterwärts stehende Spitze mit D. — Was habt ihr jetzt gethan? K. Wir haben ꝛc.

L. Wer kann mir alles zusammen genommen sagen, was ihr jetzt gethan habt, und zwar so, daß seine Beschreibung mit nachdem anfängt? K. Nachdem wir aus dem Puncte A einen Kreis, welcher die BC zweymahl schnitt, beschrieben, die Durchschnittspuncte mit x und u bezeichnet und von diesen Puncten nach A gerade Linien gezogen hatten, beschrieben wir unter der Sehne ꝛc.

L. Jetzt erinnert mich eine unserer Regeln, euch wieder einen Auftrag zu geben: betrachtet eure jetzige Figur recht, und sagt, was ihr glaubt, daß ich euch werde thun heißen. K. Vielleicht sagen Sie, daß wir von A nach D eine gerade Linie ziehen sollen.

L. Aus welchem Grunde vermuthet ihr dieses? K. Weil man nach der ersten unserer Regeln zwischen zwey Puncten eine gerade Linie ziehen soll.

L. Recht! Diesen Auftrag gebe ich euch. Zieht also von A nach D eine gerade Linie. — Jetzt wünsche ich erst, daß mir eins oder das andere von euch

*) Es erfordert von Seiten des Kindes mehr Besonnenheit und Nachdenken, wenn man obigen Ausdruck gebraucht, als wenn man spricht: unter der Seite xu.

euch alles recht deutlich und bestimmt sage, was ihr nach und nach gethan habt. Dabey erlaube ich demjenigen, der mir dieses sagt, diese Figur (fig. 73) anzusehen, so daß er im Grunde nur alles von derselben ablesen darf. K. (beschreiben das bisher beobachtete Verfahren.)

L. Jetzt habt ihr gesagt, wie ihr die Aufgabe, die ich euch vorhin gegeben habe, aufgelöst habt. Denn die Linie AE steht auf BC senkrecht. Daß aber dem so sey, müssen wir jetzt beweisen, also das dritte Stück unserer Aufgabe beybringen. Nun sagt mir, wie viel wir Dreyecke haben, wenn wir uns Ex und Eu wegdenken. K. Zwey.

L. Geschwind forscht nach und seht, ob ihr kein Merkmahl der Gleichheit und Aehnlichkeit an ihnen entdecken könnt. K. Au und Ax sind einander gleich, weil es die gleichen Seiten eines gleichschenklichten Triangels sind. Aus dem nämlichen Grunde sind auch uD und xD einander gleich. AD gehört beyden Triangeln zu, also ist jede Seite in dem einen dieser Triangel gleich einer Seite in dem andern, folglich sind beyde Triangel einander gleich und ähnlich.

L. Recht so! Jetzt bezeichnet mir alle gleichnamigen Theile dieser Triangel mit besondern Zeichen. K. (thun dieses.)

L. Nun wollen wir auf die Linie xu mit Rücksicht nehmen und sehen, wie viel Dreyecke über und unter ihr liegen. Wie viel liegen über ihr? K. Zwey.

L. Was habe ich gesagt, daß ihr immer thun sollt, so bald euch zwey Dreyecke vorkommen? K. Wir sollen sehen, ob sich an ihnen kein Merkmahl der Gleichheit und Aehnlichkeit vorfindet.

L. Seht doch geschwind, ob ihr dergleichen an den Dreyecken AEx und AEu nicht findet. K. Ey ja! In dem einen sind zwey Seiten mit dem dazwischen liegenden Winkel so groß wie in dem andern.

L. Und was folgt hieraus? K. Daß beyde einander gleich und ähnlich sind.

L. Richtig! In diesen beyden Dreyecken sind nur noch ein Paar gleichnamige Winkel zu bezeichnen, bezeichnet sie mit o und p. K. (thun dieses.)

L. Was sind den o und p für Winkel, da sie einen Schenkel mit einander gemein haben und die übrigen beyden eine gerade Linie ausmachen? K. Nebenwinkel.

L. Wie verhalten sich denn diese Nebenwinkel zu einander? K. Sie sind einander gleich.

L. Und wie nennt man Nebenwinkel, die einander gleich sind? K. Rechte Winkel.

L. Und wie stehen Linien auf einander, welche rechte Winkel bilden? K. Senkrecht.

L. Nun da hätten wir ja erwiesen, daß AE auf BC senkrecht steht. Jetzt sagt mir, welcher Punct euch die Richtung angezeigt hat, nach welchem von A aus eine Linie gezogen werden muß, die auf BC senkrecht stehen soll. K. Der Punct D.

L. Gut!

L. Gut! Welche Puncte mußten wir aber erst haben, ehe wir den Punct D finden konnten? K. Die Puncte x und u.

L. Da wir also x und u hatten, so konnten wir D finden, und da wir diesen hatten, so wußten wir, nach welcher Richtung wir die von A aus zu ziehende Linie, die auf BC senkrecht stehen sollte, ziehen sollten. Jetzt könnt ihr mir sagen, welche Linien wir ersparen können, wenn wir nur von A aus auf BC eine senkrechte Linie ziehen, aber keinen Beweis führen sollen. K. Da können wir erstlich von dem Kreise den Bogen weglassen, welcher über der Linie BC liegt, so dann brauchen wir Ax, Au, xD, uD und ED nicht zu ziehen.

L. Das ist recht! Nun will ich hier wieder eine gerade Linie und einen Punct außerhalb derselben geben, versucht nun von dem letztern auf die erstere eine senkrechte Linie zu ziehen, ohne dabey die jetzt von euch als entbehrlich dargestellten Linien zu verzeichnen. K. (verzeichnen fig. 73.)

Jetzt lasse man nicht nur auf Horizontal- sondern auch auf Vertical- und Schräglinien Perpendikel, sowohl geometrisch als mechanisch fällen, und unterlasse diese Uibung ja nicht eher, als bis Fertigkeit daraus entstanden ist.

Zwölfter Satz.

Aufgabe.

L. Hier (fig. 65) gebe ich euch die Linie AB wieder: befolgt nun einige unserer Regeln, damit

wir etwas Neues daraus bekommen. Die wie vielste dieser Regeln wollt ihr vor allem befolgen? K. Die dritte.

L. Wie lautet diese? K. Aus gegebenen Punkten ꝛc.

L. Aus welchen Puncten und mit welchem Halbmesser könnt ihr hier Kreise beschreiben? K. Aus den Puncten A und B mit dem Halbmesser AB.

L. Thut dieses. K. (beschreiben die Kreise X und V.)

L. Die wie vielste unserer Regeln könnt ihr jetzt mehrmahls befolgen? K. Die erste.

L. Befolgt sie so oft als es möglich ist. K. (ziehen die Linien AC, BC, AD, BD u. CD.)

L. Wir haben jetzt eine Figur, die euch nicht mehr fremd ist. Nennt mir jetzt alle Dreyecke, welche darin enthalten sind. K. (thun dieses.)

L. Nun denkt euch CD weg, und sagt, wie viel wir dann Triangel haben. K. Zwey, nämlich ABC und ABD.

L. Zu welcher Art von Triangeln gehört denn jeder derselben? K. Zu den gleichseitigen.

L. Beweist mir dieses. K (wiederhohlen den ihnen schon bekannten Beweis, welchen ich zum Uiberfluße in der Sprache der Mathematiker hersetze:

AB = AC, weil beyde Halbmesser eines Kreises sind.

AB = BC, aus dem vorigen Grunde.

folgl. AC = BC, weil, wenn zwey Größen einer dritten ꝛc.

folgl.

folgl. △ ABC gleichseitig.

AB = AD } weil beyde Halbmesser eines
AB = BD } Kreises sind.

folgl. AD = BD, weil, wenn zwey Größen ꝛc.
folgl. △ ABD gleichseitig.)

L. Das ist gut! Nun vergeßt nur nicht, welche Seiten in dieser Figur einander gleich sind. Jetzt wollen wir uns AB wegdenken (bey manchen Kindern ist es, um Verwirrung zu vermeiden, nöthig, diese Linie, so wie im vorigen Falle CD, wegzulöschen,) und dagegen auf CD mit Rücksicht nehmen. Nennt mir nun die Triangel, welche wir ohne AB haben. K. CDA und CDB.

L. Sollten wohl beyde einander gleich und ähnlich seyn? K. Ja wohl!

L. Was für ein Merkmahl, woraus ihr dieses erkennen könnt, ist denn vorhanden? K. Die drey Seiten im einen sind einzeln genommen, so groß, als die drey einzelnen Seiten im andern.

L. Das ist richtig! Nun nennt mir die gleichnamigen Seiten und gebt mir zugleich die Gründe an, warum ihr sie für gleich groß haltet. K. AC ist äqual BC, weil es Seiten eines gleichseitigen Triangels sind; AD ist äqual BD aus dem nämlichen Grunde, und CD ist beyden Triangeln gemein.

L. Nun bezeichnet die Winkel, die den Seiten AD und BD gegenüber stehen, mit den Buchstaben o und p. — So! Wie verhalten sich denn diese beyden Winkel zu einander? K. Sie sind einander gleich.

L. Wo-

L. Woher wißt ihr dieses? K. Weil es Winkel gleicher und ähnlicher Triangel sind, die gleichen Seiten gegenüber stehen.

L. Nun wollen wir wieder auf AB Rücksicht nehmen (AB wieder verzeichnend), und die Triangel, die sich über dieser Linie befinden, betrachten, weswegen ich hier noch den Buchstaben E herschreibe. Vor allem nennt mir die Dreyecke, die wir jetzt betrachten wollen. K. CEA und CEB.

L. Was sollen wir immer zu erforschen suchen, wenn uns ein Paar Triangel vorkommen? K. Ob sie einander gleich und ähnlich sind oder nicht.

L. Forscht jetzt nach, und seht, ob sich an den Triangeln CEA und CEB ein Merkmahl der Gleichheit und Aehnlichkeit vorfindet oder nicht. K. (forschen nach und finden, daß zwey Seiten mit dem dazwischen liegenden Winkel in dem einen wie in dem andern sind, weil CB = CA, CD = CD und der Winkel o = p ist.)

L. Richtig! Dieses Merkmahl der Gleichheit und Aehnlichkeit zweyer Dreyecke findet sich hier vor, beyde Triangel sind also einander —? K. Gleich und ähnlich.

L. Nun bezeichnet mir die gleichnamigen Seiten, die dritte gemeinschaftliche ausgenommen. K. (thun dieses.)

L. Jetzt will ich alles wieder weglöschen, bis auf die Linie AB, die ich gleich Anfangs gegeben habe, und bis auf ein Stückchen von der Linie CD, welches AB bey E schneidet. — So! Nun sagt mir

mir geschwind, in wie viel Theile die Linie A B getheilt ist. K. In zwey.

L. Und wie verhalten sich diese zwey Theile zu einander? K. Sie sind einander gleich.

L. Recht! Daran können euch noch diese zwey Zeichen, die wir vorhin sowohl auf A E als auf E B gemacht haben, erinnern. Wenn man ein Ganzes in zwey gleiche Theile theilt, so spricht man auch: man halbirt es. Nun sagt, was wir mit der Linie A B für eine Veränderung vorgenommen haben. K. Wir haben sie halbirt.

L. Recht! Wie würdet ihr zu einem andern sprechen, wenn ihr ihm dahin bringen wolltet, daß er mit einer geraden Linie die nämliche Veränderung vornähme, die wir jetzt mit A B vorgenommen haben? K. Halbire eine gerade Linie.

L. Und zu welcher Art von Sätzen gehörte dieser jetzt von euch ausgesprochene? K. Zu den Aufgaben.

L. Recht! Wie diese Aufgabe aufgelöst und wie die Richtigkeit der Auflösung bewiesen wird, habe ich euch jetzt gezeigt. Nun sollt ihr mir diese nämliche Aufgabe noch Ein Mahl auf die nämliche Weise, wie wir jetzt gethan haben, auflösen, und zugleich den Beweis der Richtigkeit der Auflösung führen, und dann wollen wir sehen, welche Linien wir ersparen können, wenn es bloß aufs Halbiren einer geraden Linie und nicht aufs Beweisführen ankommt. K. (wiederhohlen die vorige Auflösung nebst dem geführten Beweise, bis ihnen alles recht geläufig ist.) —

L. In

L. In welcher Gegend wurde denn die gerade Linie AB durchschnitten (in wie viel gleiche Theile wurde AB getheilt), als wir von C nach D eine gerade Linie zogen? K. In der Mitte (in zwey).

L. So bald wir also die Puncte C und D hatten, so konnten wir AB halbiren. Wenn ich euch nun noch Ein Mahl den Auftrag gäbe, AB zu halbiren, welche Puncte brauchten wir da nur zu suchen? K. C und D.

L. Welche Linien können wir, wenn wir nur die Puncte C und D suchen, ersparen? K. Den größten Theil der beyden Kreise, indem wir nur bey D und C ein Paar Bogen, die einander schneiden, brauchen, und die Linien AC, BC, AD, BD.

L. Richtig! Nun halbirt mir diese Linie (man verzeichne eine und nenne sie wie vorhin AB), laßt aber alle nur zum Beweise nöthigen Hülfslinien weg. K. (thun dieses.)

L. Jetzt beschreibt mir auch das Verfahren, welches ihr angewendet habt, um die Linie AB zu halbiren. K. Mit dem Halbmesser AB haben wir aus A und B so wohl über als unter der gegebenen Linie Bogen, die einander schnitten beschrieben und von einem Durchschnittspuncte zum andern eine gerade Linie gezogen.

L. Nun soll Carl rc. *) an die Tafel kommen und mir diese gerade Linie (AB) halbiren. Fritz **) soll

*) Ich nehme hier immer einen von den schwächsten meiner Schüler.

**) Ist einer der geschicktern Schüler.

soll ihm aber theilweise vorsagen, was er zu thun hat. Fritz: Mit dem Halbmesser AB beschreibe aus A über AB einen Bogen. (Carl thut dieß.) F. Mit dem nämlichen Halbmesser beschreibe aus B über AB noch einen Bogen, der den ersten schneidet. C. (thut dieses.) F. Mit dem nämlichen Halbmesser beschreibe aus A einen Bogen unter AB. C. (thut dieses.) F. Nun beschreibe mit noch immer unverändertem Halbmesser aus B unter AB einen Bogen, der den vorigen schneidet. C. (thut dieses.) F. Nun ziehe von einem Durchschnittspuncte nach dem andern eine gerade Linie.

L. So ist es recht! Jetzt soll Carl sagen, was er nach und nach gethan hat. K. Erstlich habe ich ꝛc.

L. Das ist recht! Nun merkt noch, 1) daß man die ganze Linie zwischen den beyden Durchschnittspuncten nicht zu ziehen braucht, sondern nachdem man das Lineal an beyde Puncte gelegt hat, nur die Stelle auf AB bemerken darf, wo sie von der Kante desselben durchschnitten wird, 2) daß es nicht durchaus nöthig ist, ein gleichseitiges Dreyeck über und unter AB zu beschreiben, sondern daß man auch ein gleichschenklichtes beschreiben kann.

Nun gebe man Linien in verschiednen Lagen und lasse sie so wohl geometrisch als nach dem Augenmaße halbiren.

Dreyzehnter Satz.

Aufgabe.

L. Hier (fig. 74) gebe ich zwey gerade Linien, die einen Winkel bilden. Jetzt sagt mir, ob wir hier nicht die zweyte unserer Regeln anwenden können. K. Ja.

L. Was müssen wir denn nach dieser Regel thun? K. Gerade Linien verlängern oder verkürzen und eine der andern gleich machen.

L. Wir wollen jetzt von AB ein Stück nach Willkühr, nämlich das Stück AE, abschneiden, und diesem ein Stück von AC gleich machen. — So! Jetzt haben wir die Puncte E und F auf den beyden Schenkeln AB und AC bemerkt. Sagt mir doch jetzt, wie sich die Linien AE und AF zu einander verhalten. K. Sie sind einander gleich.

L. Woher wißt ihr dieses. K. Weil wir sie einander gleich gemacht haben.

L. Welcher unserer Regeln gemäß haben wir dieses gethan? K. Der zweyten.

L. Nun haben wir die Puncte E und F: welche unserer Regeln können wir da befolgen? K. Die erste.

L. Recht! Befolgt sie. K. (ziehen die Linie EF.)

L. Nun haben wir schon etwas Neues bekommen: was? K. Ein Dreyeck.

L. Zu welcher Art von Dreyecken gehört es? K. Zu den gleichschenklichten.

L. Was

L. Was sollen wir denn nach der dritten unserer Regeln thun? K. Aus gegebenen Puncten mit gegebenen oder beliebigen Halbmessern Kreise beschreiben.

L. Sind uns in unserer jetzigen Figur keine Puncte und Halbmesser gegeben, so daß wir diese Regel anwenden könnten? K. Ja.

L. Aus welchen Puncten und mit welchen Halbmessern könnten wir denn Kreise beschreiben? K. Aus den Puncten A, E, F, B, C, mit den Halbmessern AE, oder EF rc.

L. Recht! Wir wollen dieß Mahl aus den Puncten E und F mit EF unter dieser Linie (EF) nicht die ganzen Kreise, sondern nur Bogen, die einander schneiden, beschreiben. Beschreibt diese Bogen. — So! Nun können wir wieder eine unserer Regeln anwenden: welche? K. Die erste.

L. Befolgt sie. K. (Ziehen ED und FD.)

L. Wir haben jetzt wieder ein Dreyeck, wovon ihr mir, wenn ihr nur ein bischen nachdenkt, gleich eine Eigenschaft angeben könnt: wer giebt mir sie an? K. Es ist gleichseitig.

L. Recht! Nun seht doch, ob ihr nicht wieder eine unserer Regeln befolgen könnt. K. Wir können von A nach D eine gerade Linie ziehen.

L. Thut dieses. — Gut! Jetzt wollen wie die Linie EF weglöschen und sehen, ob wir an den beyden übrig bleibenden Dreyecken kein Merkmahl der Gleichheit und Aehnlichkeit auffinden können. Wie meynt ihr, ist ein solches Merkmahl vorhanden oder nicht? K. Ja, denn die drey Seiten in dem einen

sind einzeln genommen gerade so groß, als die drey Seiten in dem andern.

L. Richtig! Nun bezeichnet einmahl die Winkel, welche den Seiten ED und FD gegenüber stehen mit o und p. — Gut! Wie verhalten sich diese Winkel zu einander? K. Sie sind einander gleich.

L. Woher wißt ihr dieses? K. Weil es Winkel in zwey gleichen und ähnlichen Dreyecken sind, welche gleichen Seiten gegenüber stehen.

L. Gut! Jetzt will ich ED und FD auch gar weglöschen, so daß uns nur der vorhin gegebene Winkel A übrig bleibt. In wie viel Theile wird denn dieser durch die Linie AD getheilt? K. In zwey.

L. Und wie verhalten sie sich zu einander? K. Sie sind einander gleich.

L. Mit welchem Ausdrucke zeigt man an, daß man etwas in zwey gleiche Theile (zwey Hälften) getheilt hat? K. Mit dem: man hat es halbirt.

L. Gut! Nun sagt, was wir durch das Ziehen der Linie AD für eine Veränderung mit dem Winkel A vorgenommen haben. K. Wir haben ihn halbirt.

L. Richtig! Ihr habt also jetzt schon wieder etwas Neues gelernt: was? K. Wir haben gelernt, wie man einen Winkel halbirt.

L. Wie müßte ich sprechen, wenn ich euch den Auftrag geben wollte, dasjenige zu thun, was wir erst gethan haben? K. Halbirt einen (gegebenen) Winkel.

L. Zu welcher Art von Sätzen gehört der jetzt von euch ausgesprochene? K. Zu den Aufgaben

L. Rich-

L. Richtig! Diese Aufgabe will ich euch noch Ein Mahl vorlegen und dabey sagen, was ihr thun müßt, um sie aufzulösen. Jeder verzeichne sich einen Winkel und bezeichne ihn mit den Buchstaben B A C, wie ich es hier an der Tafel mache. — Von beyden Schenkeln schneidet zwey gleiche Stücke ab, die nach A zu liegen, oder: in willkührlicher aber gleicher Entfernung vom Scheitel nehmt auf jedem Schenkel einen Punct an, und bezeichnet den rechts liegenden mit E, den andern mit F. — Was habt ihr jetzt gethan? K. Wir haben in willkührlicher, aber gleicher Entfernung vom Scheitel ꝛc.

L. Von E zieht nach F eine gerade Linie. — Unter E F beschreibt ein gleichseitiges Dreyeck, wovon EF die dritte Seite ausmacht, und bezeichnet seine dritte Spitze mit D. — Von A nach D ziehet eine gerade Linie. — So! Nun ist der Winkel A halbirt. Wer sagt mir jetzt, wie ihrs gemacht habt, um den gegebenen Winkel A zu halbiren. K. Erstlich haben wir in willkührlicher, aber gleicher Entfernung vom Scheitel auf jedem Schenkel des gegebenen Winkels einen Punct angenommen ꝛc.

L. Nun müßt ihr auch beweisen können, daß der Winkel A halbirt ist: wer kann diesen Beweis führen? K. (führen den vorhin gegebenen Beweis.)

L. Jetzt soll Fritz ꝛc. Carln ꝛc. alles so vorsagen, wie ich vorhin gethan habe, und letzterer soll Fritzens Worten pünktlich Folge leisten. (Dieß geschieht.) Jetzt forscht wieder nach und seht, durch welchen Punct die Richtung bestimmt wird, welche eine Linie, die den Winkel A halbiren soll, von A aus nehmen muß. K. Das ist der Punct D.

L. Welche Linien können wir denn, wenn wir bloß den Punct D finden und keinen Beweis führen wollen, weglassen? K. EF, ED und FD.

L. Gut! Nun soll Fritz rc. diesen Winkel (man verzeichne einen), ohne die erst genannten Linien zu ziehen, halbiren, und Theodor rc. soll nachher Fritzens Verfahren beschreiben. (Dieß geschieht) Jetzt könnt ihr auch gerade Linien und Winkel geometrisch halbiren, welches Geschäft ihr neulich nur nach dem Augenmaße verrichtet habt.

Nun zeige man, daß gerade Linien und Winkel durch wiederhohltes Halbiren in 4, 8, 16 rc. gleiche Theile können getheilt werden. Sodann lasse man Seiten und Winkel von Dreyecken rc. sowohl geometrisch, als nach dem Augenmaße halbiren, dabey gebe man diesen zu halbirenden Gegenständen bald diese bald jene Lage.

Vierzehnter Satz.

Lehrsatz.

L. Hier habe ich zwey Papierstreifen, wovon jeder einen Schuh lang ist. Wie lang müssen nun beyde zusammen genommen seyn, wenn ich sie recht accurat an aber nicht auf einander lege? K. Zwey Schuh.

L. Nun schneide ich von dem einen ein Stück von 3 Zoll ab und setze es in Gedanken an das andere, so daß ich immer nur noch zwey solcher Streifen

fen habe: sind denn aber beyde Stücke einander noch gleich? K. Nein.

L. Aber wie lang müssen beyde zusammen genommen seyn? K. Zwey Schuh.

L. Wie ist dieses möglich, da ich den einen Streifen kürzer gemacht habe? K. Ja, dafür haben Sie aber den andern länger gemacht.

L. Richtig! Und wie viel Zoll hat derjenige, den ich länger gemacht habe, an Länge gewonnen? K. Drey.

L. Woher habe ich aber diese 3 Zoll genommen? K. Sie haben sie von dem einen Streifen abgeschnitten.

L. Also was ich von dem einen dieser Streifen weggenommen habe, habe ich zu dem andern hinzugefügt, es ist daher von der Länge, welche beyde zusammen genommen hatten, nichts verloren gegangen. Jetzt will ich die abgeschnittenen 3 Zoll hieher legen und von den übrigen 9 Zollen noch 4 Zoll abschneiden, so daß der eine Schuh in drey verschiedene Stücke, in 5, 4 und 3 Zoll getheilt ist; sagt mir, wie lang alle diese vier Stücke Papier zusammen genommen seyn müssen? K. Immer noch zwey Schuh.

L. Wenn ich aber die 3 und 4 Zoll an den einen Schuh setzte, und die 5 Zoll allein herlegte, wie lang wären dann beyde Stücke zusammen genommen? K. Auch zwey Schuh.

L. Und wenn ich in der linken Hand 6 Groschen und eben so viel in der rechten hätte, wie viel hätte ich da Groschen zusammen genommen? K. Zwölf.

L. Wie viel hätte ich aber zusammen, wenn ich 2 Groschen von der Linken noch in die Rechte legte? K. Auch zwölf.

L. Ihr seht hieraus, daß wenn ich zwey Größen habe, und von der einen etwas wegnehme und es zu der andern lege, ich im Ganzen genommen nichts gewinne und nichts verliere, sondern immer so viel behalte, als die beyden Größen vor dieser Veränderung ausmachten. Jetzt seht her auf unsere Winkelscheibe (Nro. 8), wo ich jetzt zwey Winkel bilde, die einander gleich sind; wie heißen sie daher? K. Rechte.

L. Wie viel Grade haben beyde zusammen genommen? K. Hundert und achtzig.

L. Jetzt rücke ich den gemeinschaftlichen Schenkel dieser Winkel etwas rechts herüber, sagt mir nun, was mit jedem der vorhin gebildeten beyden rechten Winkel für eine Veränderung vorgegangen ist. K. Der rechts liegende Winkel ist kleiner, der links liegende aber größer geworden.

L. Wie mögen sich aber die jetzigen beyden Winkel zusammen genommen zu zwey rechten verhalten? K. Sie sind ihnen gleich.

L. Wie viel Grad werden also beyde zusammen genommen haben? K. Auch 180.

L. Recht! Jeder der Nebenwinkel, die ich vorhin gebildet hatte, hatte 90 Grad, nun rückte ich den gemeinschaftlichen Schenkel um 10 Grad gegen die Rechte, so verlor dieser Winkel da (hinzeigend) 10 Grad, dagegen wuchs sein Nebenwinkel um 10 Grad, so daß jetzt der größere 100, der kleinere 80 Grad

hat.

hat. Es findet also jetzt bey diesen Winkeln derselbe Fall Statt, der erst bey unsern Papierstreifen Statt fand. Nun mache ich jeden dieser Nebenwinkel bald größer, bald kleiner, sagt mir, wie sich beyde zusammen genommen immer zu zwey rechten verhalten. K. Sie sind immer zwey rechten gleich.

L. Aber ich mache doch bald den einen, bald den andern kleiner? K. Das thut nichts, was der eine an Größe gewinnt, verliert der andere.

L. Das ist recht! Wenn ich also Nebenwinkel, wovon jeder ein rechter ist, so verändere, daß der eine um so viel größer wird, als der andere an Größe abnimmt, oder mit Einem Worte, ihren gemeinschaftlichen Schenkel aus der senkrechten in eine schiefe Stellung bringe, wie verhalten sich denn beyde zusammen zu zwey rechten? K. Sie sind diesen gleich.

L. Jetzt verzeichne ich hier (fig. 17) die Nebenwinkel EDB und EDA, deren gemeinschaftlicher Schenkel ED schief auf AB steht. Wie mögen sich wohl beyde Winkel zu zwey rechten vorhalten? K. Sie sind so groß als zwey rechte.

L. Das ist wahr, aber ihr müßt mir diese Behauptung auch beweisen: wer kann dieses? K. —

L. Wenn ich ED in Gedanken so lang um den Punct D drehete, bis sie die senkrechte Stellung CD erhalten hätte, was würde sie dann mit AB für Winkel bilden? K. Rechte.

L. Wie viel? K. Zwey.

L. Wie viel müßten sie zusammen genommen Grade haben? K. 180.

L. Gewönnen denn aber durch dieses Umdrehen die jetzigen beyden Winkel EDA und EDB zusammen genommen etwas an der Zahl ihrer Grade? K. Nein.

L. Wie viel Grade müssen also jetzt beyde Winkel zusammen genommen schon haben? K. 180.

L. Wie müssen sie sich also jetzt schon zu zwey rechten verhalten? K. Sie müssen ihnen gleich seyn.

L. Da haben wir ja bewiesen, daß Nebenwinkel zusammen genommen so groß als zwey rechte sind. Wer kann diesen Beweis wiederhohlen? K. Wenn man ED in Gedanken so lang um den Punct D dreht, bis sie die senkrechte Stellung CD erhalten hat, so muß sie mit AB zwey rechte Winkel bilden. Da aber durch dieses Umdrehen der ED beyde Winkel zusammen genommen an Größe nichts gewinnen, so müssen sie jetzt schon zusammen genommen zwey rechten gleich seyn.

L. Richtig! Was wir jetzt in Gedanken mit CD gethan haben, will ich euch da mit unserer Winkelscheibe versinnlichen. Seht! diese Linie bildet jetzt mit dieser andern da schiefe Nebenwinkel, jetzt drehe ich diese Linie (den Faden) so lang um den Scheitelpunct, bis sie eine senkrechte Stellung hat ꝛc. Nun sagt mir, ob der jetzt bewiesene Satz auch eine Aufgabe ist? K. Nein.

L. Warum sagt ihr: nein? K. Weil er nichts zu thun befiehlt.

L. Zu welcher Art von Sätzen gehört er denn? K. Zu den Lehrsätzen.

L. War-

L. Warum nennt ihr ihn einen Lehrsatz? K. Weil er etwas behauptet, was erst bewiesen werden muß.

L. Gut! Gesetzt nun, ihr wüßtet von den einem zweyer Nebenwinkel, daß er ein rechter ist, was könnt ihr so gleich von dem andern behaupten? K. Daß er auch ein rechter seyn müsse.

L. Wenn aber jemand sagte: nein, der andere muß größer als ein rechter seyn, was würdet ihr diesem zur Antwort geben? K. Wir würden sagen: das ist nicht möglich. Denn wenn er größer als ein rechter wäre, so müßten beyde zusammen größer als zwey rechte seyn, welches gegen eine erst erwiesene Wahrheit streitet.

L. Ganz recht! Wenn ihr nun von einem zweyer Nebenwinkel wüßtet, daß er größer als ein rechter, das heißt stumpf ist, was könnt ihr sogleich vom andern behaupten? K. Daß er kleiner als ein rechter, also spitzig seyn müsse.

L. Und wenn wir umgekehrt wissen, daß einer von zwey Nebenwinkeln ein spitziger ist, was können wir dann vom andern behaupten? K. Daß er stumpf seyn müsse.

L. Wenn aber jemand spräche: ich glaube nicht, daß, wenn der eine von zwey Nebenwinkeln ein stumpfer ist, der andere durchaus ein spitziger seyn müsse, was würdet ihr diesem antworten? K. Wenn der andere kein spitziger wäre, so müßte er entweder ein rechter oder auch ein stumpfer seyn, in beyden Fällen würde er aber mit dem andern stum-

 pfen

pfen mehr als zwey rechte ausmachen, welches aber einer ausgemachten Wahrheit widerspricht.

L. Recht! Wenn ich euch nun von dem einen von zwey Nebenwickeln sagte, wie groß er wäre, könntet ihr dann des andern Größe mir auch angeben. K. Ja wohl.

L. Wie könntet ihr denn die Größe des andern finden? K. Wenn wir die Größe des einen von 180 Grad abzögen, so zeigte der Rest die Größe des andern an.

L. Gut! Hier (man nehme Nro. 8 zur Hand) dieser eine von zwey Nebenwinkeln hält 60 Grad, wie viel hält der andere? K. 120 Grad.

L. Dieser da hält jetzt 105, wie viel hält der andere? K. 75. u. s. w.

L. Kann mir wohl jemand von euch mehrere, z. B. 4, 5 Winkel so verzeichnen, daß sie alle über einer geraden Linie stehen und in Einem Puncte derselben zusammen stoßen? *) K. (verzeichnen z. B. fig. 75.)

L. Nun sagt mir recht bestimmt, was ihr jetzt gethan habt. K. Wir haben mehrere Winkel so verzeichnet, daß sie alle ꝛc.

L. Könnt ihr denn diese Winkel nicht alle zusammen in zwey Nebenwinkel verwandeln? K. Ja.

L. So

*) Ich werfe mit gutem Vorbedacht diese Frage auf, weil hierdurch das Nachdenken der Kinder mehr angeregt wird.

L. So thut dieses. K. (löschen z. B. GF, GE und GB weg.)

L. Wie verhalten sich denn jetzt die beyden Nebenwinkel CGA und CGD zu zwey rechten? K. Sie sind ihnen gleich.

L. Aber wie mögen sich vorhin die fünf Winkel zusammen genommen zu zwey rechten verhalten haben? K. Sie müssen ihnen auch gleich gewesen seyn.

L. Aus welchem Grunde glaubt ihr denn dieses? K. Weil, indem wir sie alle fünf in zwey verwandelten, sich die Zahl der Grade (die Größe) die sie zusammen genommen hatten, nicht verändert hat.

L. Recht! Nunmehr könnt ihr mir sagen, wie groß alle Winkel, die über einer geraden Linie liegen und in einem Puncte derselben zusammen stoßen, zusammen genommen sind. K. So groß als zwey rechte.

L. Wie aber, wenn ich diese Figur (fig. 75) umkehrte, so daß die aufwärts stehenden Linien alle abwärts, nämlich so (man mache diese Zeichnung), zu stehen kämen, wie groß würden denn jetzt die Winkel, die unter einer geraden Linie liegen und in einem Puncte derselben zusammen stoßen, seyn? K. Auch so groß als zwey rechte.

L. Freylich! Die umgekehrte Lage machte ja gar keinen Unterschied in der Größe dieser Winkel aus, was euch noch mehr einleuchten wird, wenn ich die Sache mit unserer Winkelscheibe versinnliche. Seht! hier habe ich jetzt Nebenwinkel, wovon der eine stumpf und also der andere spitzig ist. Wie groß

groß sind diese beyden Winkel zusammen genommen? K. So groß als zwey rechte

L. Jetzt kehre ich die Winkelscheibe um, so daß der gemeinschaftliche Schenkel dieser Nebenwinkel abwärts steht: ist jetzt die Größe dieser beyden Winkel verändert worden? K. Nein.

L. Wie groß müssen sie immer noch seyn? K. Immer noch so groß als zwey Rechte.

L. Wenn ich aber jetzt den Faden verrücke und den einen dieser Winkel ein bischen größer mache, wie groß werden alsdann beyde zusammen genommen seyn? K. Auch so groß als zwey rechte.

L. Gut! Ihr seht also jetzt ein, daß so wohl die Winkel, die über einer geraden Linie liegen und in einem Puncte derselben zusammen stoßen, als auch diejenigen, welche unter derselben aber ebenfalls um einen ihrer Puncte liegen, zwey rechten gleich sind. — Jetzt soll Fritz an die Tafel kommen und mir mehrere Winkel verzeichnen, von denen er mir aber beweisen kann, daß sie zusammen genommen zwey rechten gleich sind. K. (verzeichnet mehrere Winkel über oder unter einer geraden Linie, die in einem Puncte derselben zusammen stoßen.)

Funfzehnter Satz.

Lehrsatz.

L. Hier (fig 77) gebe ich euch den Punct x mit dem Auftrage rings um ihn mehrere Winkel

zu

zu verzeichnen, deren Scheitel alle in ihm (dem Puncte x) liegen. K. (verzeichnen ohne Schwierigkeit (fig. 76 ohne den Kreis.)

L. Nun beschreibt aus dem gemeinschaftlichen Scheitel dieser Winkel einen Kreis, der alle ihre Schenkel schneidet. K. (thun dieses.)

L. Jetzt sagt mir, was sich zwischen den Schenkeln eines jeden dieser Winkel befindet. K. Ein Bogen.

L. Wovon ist jeder dieser Bogen ein Maß? K. Von dem Winkel, zwischen dessen Schenkeln er liegt.

L. Wenn wir von jedem einzelnen dieser Bogen wüßten, wie viel Grade er hält, was wüßten wir dann zugleich von jedem einzelnen dieser Winkel? K. Wie groß er ist (wie viel Grade er hält).

L. Wie viel Grade jeder einzelne dieser Bogen hält können wir jetzt nicht wissen; aber könnt ihr mir denn nicht sagen, wie viel Grade sie alle zusammen genommen haben? K. Drey hundert und sechzig.

L. Woher wißt ihr denn dieses? K. Weil sie alle zusammen gerade einen ganzen Kreis ausmachen und jeder Kreis 360 Grad hat.

L. Nun da wißt ihr ja wohl auch, wie viel diese Winkel zusammen genommen Grade haben: wie viel? K. 360.

L. Wie verhält sich denn diese Gradzahl zur Zahl der Grade von vier rechten Winkeln? K. Beyde Zahlen sind ja einander gleich.

L. Nun

L. Nun sagt mir doch, wie sich alle diese Winkel, die um einen Punct herum liegen und mit ihren Scheiteln zusammen stoßen, zu vier rechten Winkeln verhalten? K. Sie sind diesen (vier rechten Winkeln) gleich.

L. Richtig! Wer kann mir nun recht ordentlich und bestimmt ausdrücken, was wir jetzt mit einander gelernt haben. K. Alle Winkel, die um einen Punct herum liegen, und mit ihren Scheiteln in demselben zusammen treffen, sind zusammen genommen so groß als vier rechte.

L. Gut! Zu welcher Art von Sätzen gehört dieser Satz? K. Zu den Lehrsätzen.

L. Und wie lautet der Beweis desselben? K. Das Maß eines Winkels ist der Bogen, der aus seinem Scheitel zwischen seinen Schenkeln beschrieben wird. Da nun alle Bogen, die man aus dem gemeinschaftlichen Scheitel solcher Winkel, die um einen Punct rc. (mit gleichem Halbmesser) beschreibt, zusammen genommen gerade einen ganzen Kreis ausmachen, so machen ihre Maße zusammen genommen 360 Grad aus, welches die Gradzahl von vier rechten Winkeln ist.

L. Gut! Wir können aber diesen Lehrsatz noch auf eine andere Art beweisen, wenn wir unsern in der vorigen Unterredung gefundenen Satz zu Hülfe nehmen. Wer getraut sich vermittelst dieses Satzes hier zu beweisen, daß alle diese Winkel (fig. 76) vier rechten gleich sind? K. (finden oft diesen Beweis, oft nicht. Im letztern Falle fahre man fort:)

L. Könnt

L. Könnt ihr denn diese Winkel nicht so abtheilen, daß ein Theil derselben über, und der andere unter eine gerade Linie zu liegen kommt und mit seinen Scheiteln in einem Puncte derselben zusammenstößt, oder sie euch nicht so abgetheilt vorstellen? K. O ja, wir dürfen ja nur x A nach B verlängern (uns A B als die gerade Linie denken, über und unter welcher ꝛc.

L. Nun, denke ich, wird es euch gewiß leicht seyn, zu beweisen, daß alle die um x liegenden Winkel zusammen genommen so groß als vier rechte sind. K. Ach ja, die über A B liegenden sind zusammen so groß, als zwey rechte, und die unter A B liegenden ebenfalls, folglich müssen alle zusammen genommen, so groß, als vier rechte seyn.

Sechzehnter Satz.

Lehrsatz mit vorausgeschickter Erklärung.

L. Wer kann mir denn geschwind zwey gerade Linien verzeichnen, die einander schneiden und schief auf unserer Tafel stehen *)? K. (verzeichnen etwa A C und D B fig. 77.)

L. Jetzt

*) Dieser letztere Beysatz steht nur hier, um die Kinder zu veranlassen, einen längern Satz ins Gedächtniß zu fassen und bey der Verzeichnung der verlangten Figur auf mehrere Umstände Rücksicht zu nehmen.

L. Jetzt sagt mir auch, was ihr gethan habt. K. Wir haben rc.

L. Wie viel Winkel habt ihr denn dadurch bekommen? K. Vier.

L. Wir wollen, um uns kürzer ausdrücken zu können, jeden nur mit einem einzigen Buchstaben benennen. — So! Nun überlegt, was zu einem Nebenwinkel gehört und seht, ob ihr unter diesen vieren nicht ein Paar findet, welche keine Nebenwinkel sind. K. x und u sind solche.

L. Sind außer diesen beyden nicht noch ein Paar vorhanden, die ebenfalls keine Nebenwinkel sind? K. Ja, o und p.

L. Was haben wir jetzt von den Winkeln o und p behauptet? K. Daß es keine Nebenwinkel seyen.

L. Was haben wir vorhin von x und u behauptet? K. Das Nämliche.

L. Jetzt seht doch, ob nicht einige von diesen vier Winkeln da auch Nebenwinkel sind. K. Ja, x und o sind ein Paar Nebenwinkel; o und u sind wieder ein Paar; u und p ebenfalls, endlich auch p und x.

L. Wie viel Paar Nebenwinkel sind denn das? K. Vier Paar.

L. Vorhin nanntet ihr zwey Paar, die keine Nebenwinkel sind, und jetzt vier Paar, welche Nebenwinkel sind, welches zusammen sechs Paar, oder zwölf einzelne Winkel ausmacht. Da wir aber nur vier Winkel hier haben, so möchte ich wissen, wie es möglich ist, daß ihr mir sechs Paar nennen konntet?

tet?*) K. Das kommt daher, weil wir jeden Winkel drey Mahl zählen.

L. Nennt mit einmahl drey Paar Winkel, wo allemahl x mit vorkommt. K. x und u, x und o, x und p.

L. Recht so! Auf diese Weise können wir jeden von den übrigen Winkeln drey Mahl zählen. Nun merkt recht auf, ich will sehen, wer das, was ich jetzt sage, versteht. Ein Paar Winkel, welche von zwey sich schneidenden geraden Linien gebildet werden, und keine Nebenwinkel sind, heißen Vertikalwinkel oder Scheitelwinkel. Jetzt sagt mir, ob wir hier (fig. 76) Vertikalwinkel haben, oder nicht. K. Wir haben welche.

L. Nennt mir sie. K. x und u, und o und p.

L. Recht! Warum nennt ihr denn x und u Vertikalwinkel? K. Weil sie von zwey geraden sich schneidenden Linien gebildet werden, und keine Nebenwinkel sind.

L. Jetzt sagt mir, ob Vertikalwinkel neben einander, oder einander gegenüber stehn. K. Sie stehn einander gegenüber.

L. Hier (fig 77) sind ein Paar einander gegenüberstehende Winkel: das sind also wohl Vertikalwinkel? K. Nein.

L. War-

*) Ich thue diese Frage, weil ich gefunden habe, daß sie das Nachdenken mancher Kinder lang beschäftigt, ehe sie auf die richtige Antwort kommen.

L. Warum nicht? K. Weil sie nicht von zwey sich schneidenden Linien gebildet werden.

L. Gut! Wie viel Winkel muß ich wohl alle Mahl bilden, wenn ich Vertikalwinkel bilden will? K. Vier.

L. Richtig! Nun sagt mir, was ihr von folgenden zwey Behauptungen haltet: 1) wo Vertikalwinkel sind, müssen auch Nebenwinkel seyn; 2) wo Nebenwinkel sind, müssen auch Vertikalwinkel seyn. K. Die Erste ist richtig, die zweyte ist falsch.

L. Zeigt mir durch eine Verzeichnung, daß die zweyte falsch ist. K. (die zum Beyspiel fig. 17, ohne DE verzeichnen, sprechen): hier sind Neben- und doch keine Vertikalwinkel.

L. Recht so! Jetzt wollen wir doch einmal sehen, ob wir nicht herausbringen können, wie sich Vertikalwinkel zu einander verhalten. Wer sagt mir, wie sich x und o zusammen genommen zu zwey rechten Winkeln verhalten? K. Sie sind so groß als zwey rechte.

L. Wie viel Grade müssen sie also zusammen genommen haben? K. 180.

L. Wenn nun o hundert und zwanzig Grad hätte, wie viel Grade müßte denn da x haben? K. 60.

L. Gut! Nun sagt, wie groß o und u zusammen genommen seyn müssen. K. Auch so groß als zwey rechte Winkel.

L. War-

L. Warum behauptet ihr dieses? K. Weil es Nebenwinkel, und alle Nebenwinkel so groß als zwey rechte sind.

L. Recht! Wenn o vorhin 120 Grad gehabt hätte, so müßte er jetzt, da wir ihn als den Nebenwinkel von u betrachten, auch noch so groß seyn, weil er, indem wir ihn von x wegnehmen und zu u setzen, in seiner Größe nicht verändert wird. Wenn also o wirklich 120 Grad hätte, wie viel müßte da u haben. K. 60.

L. Wie würden sich in diesem Falle x und u zu einander verhalten? K. Sie müßten einander gleich seyn.

L. Wie viel Grade müßte jeder von beyden haben? K. 60.

L. Das ist recht! Nun wollen wir sehen, ob in jedem Falle, o mag so groß seyn als er will, x und u einander gleich seyn müssen. Sagt mir noch ein Mahl, wie groß o und x zusammen genommen sind. K. So groß als zwey rechte Winkel.

L. Recht! Wir wollen diese zwey Winkel zusammen als Eine Größe denken und sie die Größe D nennen, und merken, daß D zwey rechten Winkeln gleich ist. Und wie groß sind o und u zusammengenommen? K. Auch so groß als zwey rechte Winkel.

L. o und u wollen wir wieder zusammen als eine Größe denken und sie A nennen. Wie verhalten sich nun die beyden Größen A und D zu einander? K. Sie sind einander gleich.

L. Recht! Denn jede ist so groß als zwey rechte Winkel. Wenn wir nun von diesen beyden Größen, nämlich von A und D den Winkel o, welcher sich immer gleich bleibt, wegnehmen, so ziehen wir gleiches von Gleichem ab: wie verhalten sich dann die Reste? K. Sie sind einander gleich.

L. Und welches wären in unserm vorliegenden Falle die Reste? K. Die Winkel x und u.

L. Recht! Ihr seht nun, daß x und u in jedem Falle, o mag so groß oder so klein seyn, als er will, einander gleich seyn müssen. Nun sollt ihr euch auch mit euren Augen von der Wahrheit dieses Satzes überzeugen. Hier (man schneide sich von Papier einen Kreis wie ABCD, fig. 76 recht akkurat aus, ziehe die Linien AC und DB, bezeichne die Winkel mit x, o, u, p, und mache dann die, mit diesen Buchstaben bezeichneten, Kreisausschnitte mit der Scheere) habe ich die an unsere Tafel verzeichneten Winkel x und o, welche, wie ihr nun wißt, zusammen genommen so groß als zwey rechte sind. Ich nehme o von x weg, und lege ihn zu u, welche zusammen genommen ebenfalls so groß als zwey rechte Winkel sind. Die zwey Stücke o und x waren vorhin so groß, als jetzt die zwey Stücke o und u sind, denn in beyden Fällen, hatte ich Winkel, die zusammen genommen einen Bogen von 180 Grad zu ihrem Maße hatten. Jetzt nehme ich o sowohl von x + o als von u + o weg, und lege x u. u auf einander, und finde, wie ihr seht, daß beyde einander decken, woraus erhellet, daß sie gleich groß seyn müssen. — Jetzt sinnt einmahl nach und

seht,

seht, ob ihr nun nicht auch von o und p beweisen könnt, daß sie einander gleich sind. K (finden bisweilen den Beweis, gewöhnlich aber nicht. Im letztern Falle fahre man fort:)

L. Wie verhalten sich denn x und p zusammen genommen zu zwey rechten Winkeln. K. Sie sind so groß als diese.

L. Und wie groß sind o und u? K. Auch so groß als zwey rechte Winkel.

L. Nun könnt ihr mir ja sagen wie sich x und p zusammen genommen, oder $x + p$ zu $o + u$ verhalten (verhält).. K. Das erstere Paar dieser Winkel ist dem letztern Paare gleich.

L. Aus welchem Grunde müßt ihr dieses behaupten? K. Weil jedes Paar zwey rechten Winkeln gleich ist.

L. Wir haben also hier wieder zwey gleiche Größen, die wir C und A nennen wollen, von denen wir zwey andere gleiche Größen, nämlich x u. u, abziehen können. Von o nehmen wir also x weg, und von A nehmen wir u weg, so, daß uns die Reste o und p bleiben: wie müssen sich nun diese zu einander verhalten? K. Sie müssen einander gleich seyn *).

 L. Nach

*) Der Beweis für die Gleichheit der Winkel o und p kann auch so geführt werden: $o + u = 2$ rechten W. $u + p = 2$ rechten W. folgl. $o + u = u + p$. Gleiches von Gleichen subtrahirt bleibt $o = p$.

L. Nach welchem Grundsatze könnt ihr dieses behaupten? K. Nach dem: wenn man gleiche Größen von gleichen Größen abzieht ꝛc.

L. Gut! Jetzt will ich euch abermahls durch die Erfahrung bestätigen, daß wir richtig geschlossen haben. Hier (man nehme die vorigen Kreisausschnitte) lege ich u u. p zusammen, und hier o u. u. In beyden Fällen habe ich die Hälfte eines und des nämlichen Kreises, oder zwey Winkel, welche zusammen 180 Grad ausmachen. Nun nehme ich von der einen dieser beyden gleichen Größen x, und von der andern u weg, so, daß die Reste o und p bleiben. Jetzt legt diese beyden Reste auf einander, und seht, wie sie sich zu einander verhalten. K. (nach der Untersuchung.) Sie sind einander gleich.

L. Nun mehr werdet ihr mir sagen können, wie sich Scheitelwinkel zu einander verhalten. K. Sie sind einander gleich.

L. Wer kann mir sagen, was ihr in dieser Unterredung gelernt habt. K. Wir haben gelernt 1) was Vertikalwinkel sind, 2) daß Vertikalwinkel einander gleich sind.

L. Wer von euch getraut sich nun den Lehrsatz: Vertikalwinkel sind einander gleich, noch Ein Mahl zu beweisen? K. (wiederhohlen den Beweis, bis er ihnen geläufig ist.)

L. Jetzt will ich euch einmahl wieder verschiedene Fragen und Behauptungen zur Beantwortung und Beurtheilung vorlegen, um zu erfahren, nicht nur wer

wer die bisher vorgetragenen Sätze recht verstanden und sich recht zu eigen gemacht hat, sondern auch, wer den Sinn meiner Worte am richtigsten auffassen kann. — Was für eine Figur entsteht, wenn Carl mit einerley Halbmesser zwey Kreise beschreibt, die einander schneiden und dann von ihren Mittelpuncten gerade Linien nach ihren Durchschnittspuncten zieht? (Die Kinder lassen sich hier gewöhnlich irre führen und antworten: gleichseitige Dreyecke. Erhält man diese Antwort, so beschreibe man z. B. aus A und B (fig. 78) zwey Kreise mit gleichem Halbmesser, ziehe die gerade Linie, sage den Kindern, daß man gethan habe, was Carl gethan hat, und bringe sie dadurch zur Uiberzeugung, daß sie den vorgelegten Fall sich nicht deutlich gedacht, und ihn mit einem andern verwechselt haben.)

1. Jetzt sagt mir, was Carl thun müßte, wenn er ein gleichseitiges Dreyeck beschreiben wollte. (Nun lasse man die Kinder Carls Verfahren auf das bestimmteste angeben. Im Falle sie sich, was ein sehr gewöhnlicher Fall ist, unbestimmt ausdrücken, und zum Beyspiel sagten: Carl muß eine gerade Linie ziehen, über ihr Bogen beschreiben, und von diesen Bogen gerade Linien, nach der angenommenen Linie ziehen, so ziehe man (fig 79) AB, beschreibe aus a den Bogen xu, aus b den Bogen op, ziehe von beyden Bogen Linien nach AB, sage dabey: nun habe ich ganz nach eurer Angabe verfahren, und doch kein gleichseitiges Dreyeck bekommen. Das kommt aber daher, weil ihr euch unbestimmt ausgedrückt habt, und ihr seht hieraus, wie gar sehr viel auf Bestimmtheit im Ausdrucke an-

ankommt. Nun sagt mir noch Ein Mahl, was Carl thun müßte, wenn etc.) —

L. Wie kann ich ohne Hülfe des Zirkels zwey Winkel verzeichnen, von denen ich beweisen kann, daß sie einander gleich sind? K. Wenn sie Vertikalwinkel verzeichnen.

L. Welche Sätze brauche ich zum Beweise, daß Vertikalwinkel einander gleich sind? K. Erstlich den: Nebenwinkel sind äqual zwey rechten, zweytens diesen: Gleiches von Gleichen abgezogen etc.

L. Wie kann ich zwey Winkel verzeichnen von denen sich erweisen läßt, daß sie einander gleich seyn müssen? (Diese Frage ist unbestimmter als die vorige, und die Kinder können deßhalb darauf antworten: wenn Sie Vertikalwinkel verzeichnen; wenn Sie einen Winkel halbiren; wenn Sie aus einem Punct einer gegebenen Linie einen Perpendikel errichten etc.)

L. Was wird bewirkt, wenn ich auf beyden Seiten eines auf einer geraden Linie befindlichen Punctes, welcher A heissen soll, zwey gleiche Stücke abschneide, die beyden gleichen Stücke als eine Linie betrachte, über diese Linie einen gleichseitigen Triangel beschreibe, und aus seiner Spitze eine gerade Linie nach dem Puncte A ziehe? K. Dadurch wird aus einem Puncte einer gegebenen Linie ein Perpendikel errichtet.

L. Welche Sätze sind nothwendig zum Beweise, daß durch das erst angegebene Verfahren aus einem Puncte einer geraden Linie, ein Perpendikel errichtet werde? K. Diese: 1) wenn drey Seiten eines

Tri-

Triangels einzeln genommen ꝛc.; 2) eine gerade Linie steht auf einer andern senkrecht, wenn die Nebenwinkel, die sie mit der andern bildet, gleich groß sind.

L. Was wird bewirkt, wenn ich über und unter eine gerade Linie gleichseitige Triangel beschreibe, und ihre beyden nach entgegen gesetzten Seiten gerichtete Spitzen mit einer geraden Linie verbinde? K. Die gegebene Linie wird halbirt.

L. Welche Sätze sind nothwendig zum Beweise, daß durch dieses Verfahren eine gegebene Linie halbirt werde? K. Folgende: 1) wenn drey Seiten eines Triangels einzeln genommen ꝛc.; 2) wenn zwey Seiten mit dem dazwischen liegenden Winkel in einem Triangel ꝛc.; 3) in gleichen und ähnlichen Triangeln stehen gleichen Winkeln gleiche Seiten gegenüber.

L. Was für ein Triangel entsteht, wenn ich mit drey Linien, welche zusammen 9 Zoll betragen, eine Fläche begrenze? (Die Kinder antworten hier gewöhnlich: ein gleichseitiger, und müssen erst durch ferneres Fragen auf die Autwort: es kann dadurch jede Art von Triangeln entstehen, geleitet werden.)

L. Welche Art von Triangeln kann ich aus drey Linien beschreiben, wovon die erste 7 Zoll, die zweyte 3, und die dritte 2 Zoll lang ist? K. Gar keine.

L. Warum denn nicht? K. Weil nicht immer zwey von diesen Linien zusammen genommen größer als die dritte sind.

L. Von drey Winkeln, welche über einer geraden Linie liegen, und mit ihren Spitzen in einem Puncte derselben zusammenstoßen, hat der erste 60, und der andere 50 Grad: wie viel Grad hat der dritte? K. Siebenzig.

L. Welchen Satz mußtet ihr wissen, um diese Antwort gleich geben zu können? K. Diesen: alle Winkel, die über einer geraden Linie liegen, und mit ihren Spitzen in einem Puncte derselben zusammenstoßen, haben zusammen 180 Grad.

L. Wenn die Schenkel des einen von zwey Winkeln, die einander decken, zusammen genommen 12 Zoll lang sind, so muß jeder Schenkel des andern 6 Zoll lang seyn. Was sagt ihr hiezu? K. Das ist nicht nothwendig; denn ꝛc.

L. Von sechs Winkeln, welche alle in einer Ebene um einen gemeinschaftlichen Punct herum liegen, hat einer 55 Grad: wie viel Grad haben die übrigen zusammen genommen? K. 305.

L. Aus welchem Satze konntet ihr diese Antwort herleiten? K. Aus diesem; alle Winkel — — 360 Grad.

L. Wenn der Umfang des einen von zwey gleichen und ähnlichen Triangeln 18 Zoll beträgt, so muß jede Seite des andern dieser Triangel 6 Zoll lang seyn. K. Dieses müßte nur in dem Falle so seyn, wenn beyde gleichseitig wären.

L. Als Heinrich gefragt wurde, was man thun müsse, wenn man einen Kreis beschreiben wolle, gab er zur Antwort: man muß den Zirkel herumdrehen.

Was haltet ihr von dieser Antwort? K. (Sagen ihre Meynung.)

L. Wie würdet ihr diese Frage beantwortet haben? — Dieser nämliche Knabe sollte das Verfahren, welches man bey Halbirung eines Winkels anwenden muß, beschreiben. Er sagte deßhalb: man macht auf den Schenkel des Winkels Puncte, zieht eine gerade Linie, beschreibt unter derselben ein Dreyeck, und zieht von der Spitze des zu halbirenden Winkels eine gerade Linie in dasselbe. War diese Beschreibung richtig? K. Ey bey Leibe!

L. Gebt mir ihre Fehler an. K. (thun dieses.)

L. Alle Nebenwinkel, welche zusammen 180 Grad haben, sind rechte Winkel. Was haltet ihr von dieser Behauptung? K. (Sagen ihre, mit Gründen belegte Meynung, hierüber.)

L. Kreisbogen, von einerley Anzahl Grade, sind einander gleich. Was sagt ihr dazu? K. (Sagen ihre Meynung.)

L. Ein Viereck ist einem Dreyecke ähnlich, sagte Carl. "Der versteht es recht, rief Fritz lachend aus, Wie kann denn ein Viereck einem Dreyecke ähnlich seyn?" — Welcher von beyden Knaben hatte Recht? (Die Kinder werden hier leicht bemerken, daß Fritz an die geometrische Aehnlichkeit, Carl aber an eine nicht geometrische (metaphysische) Aehnlichkeit dachte.)

L. In welcher Art von Triangeln müssen zwey gleiche Winkel vorhanden seyn? K. In einem gleichschenklichten Triangel.

L. Wie,

L. Wie bestimmt man die Lage der in einem gleichschenklichten Triangel befindlichen gleichen Winkel? K. Man spricht: die Winkel an der Grundlinie, oder die den gleichen Seiten gegenüber stehenden Winkel.

L. Wie haben wir bewiesen, daß die Winkel an der Grundlinie eines gleichschenklichten Triangels einander gleich sind? K. (geben den Beweis entweder ohne, oder mit der nöthigen Verzeichnung an.)

L. In welchem Falle haben wir Gebrauch von folgenden zwey Grundsätzen gemacht: 1) Die Halbmesser eines, oder zweyer gleicher Kreise ꝛc.; 2) wenn zwey Größen einer dritten gleich sind, so ꝛc. K. (geben den Fall an.)

L. Was für eine Figur entsteht, wenn ich eine Fläche mit vier geraden Linien begränze? K. Ein Viereck.

L. Aber was für eine Art von Vierecken? K. Wenn alle vier Linien einander gleich sind, und unter vier rechten Winkeln zusammen gesetzt werden, so entsteht ein Quadrat; wenn sie aber unter vier schiefen Winkeln zusammen gesetzt werden, so entsteht eine Raute u. s. w.

L. Wenn eine Linie auf einer andern so steht, daß die Nebenwinkel (die beyde bilden) zusammen genommen 180 Grad haben, so stehen beyde Linien auf einander senkrecht. Was sagt ihr hiezu? K. Der Satz kann wahr und falsch seyn.

L. Wie so? K. Wenn die Nebenwinkel einander gleich sind, so stehen freylich beyde Linien auf ein-

einander senkrecht; sind jene aber einander nicht gleich, so 2c.

L. Nun sagt mir doch eure Meynung über folgende kleine Erzählung:

Ein Knabe, der sich gern mit zeichnen geometrischer Figuren beschäftigte, beschrieb einst auf einer krummen Fläche einen Kreis, dessen Mittelpunct drey Mahl größer war, als der eines andern Kreises, welchen er vorher auf einer krummen Ebene beschrieben hatte. Nachher verzeichnete er sich ein Quadrat, dessen Winkel zusammen genommen 380 Grad betrugen. Alsdann beschrieb er aus drey Seiten eines Quadrats ein ungleichseitiges Dreyeck ABC, welches mit einem andern gleichschenklichten zwar von gleicher Größe und Figur war, dieses aber nicht deckte, weil nicht je zwey und zwey Seiten von ABC größer waren als die dritte. Nun halbirte er eine gerade Linie HB dadurch, daß er über und unter ihr Bogen beschrieb und diese durch gerade Linien mit einander verband. Die eine Hälfte der halbirten Linie nahm er hierauf zum Halbmesser und beschrieb damit einen Kreis, dessen Durchmesser zwey Mahl so groß als die halbirte Linie HB war. Hierauf zog er in diesem Kreise zwey Halbmesser, welche in

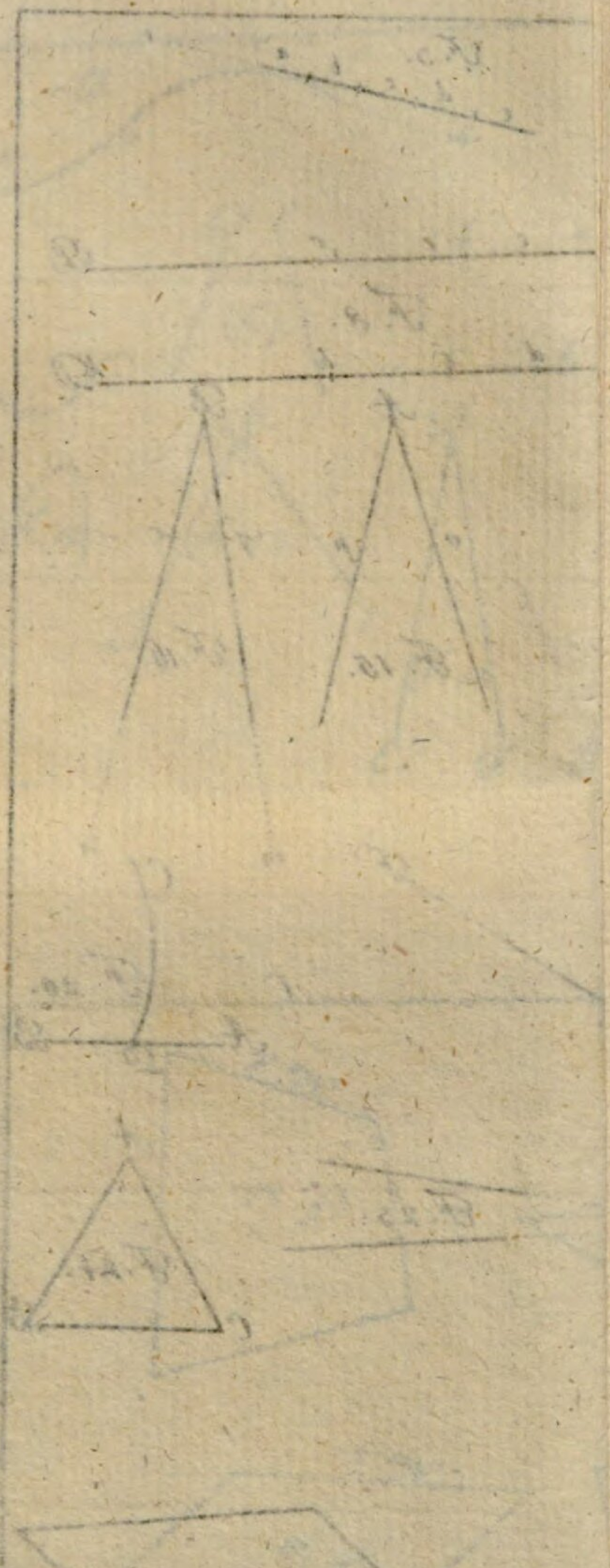
einer

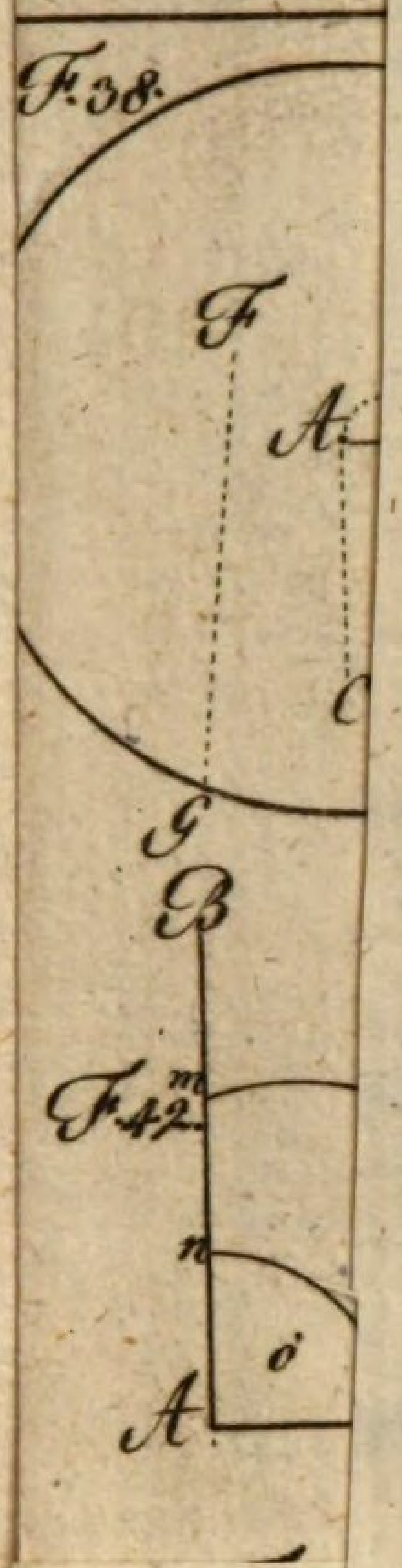
einer geraden Linie lagen, verband ihre beyden Endpuncte durch eine dritte gerade Linie, und bildete auf diese Weise ein gleichschenklichtes Dreyeck.

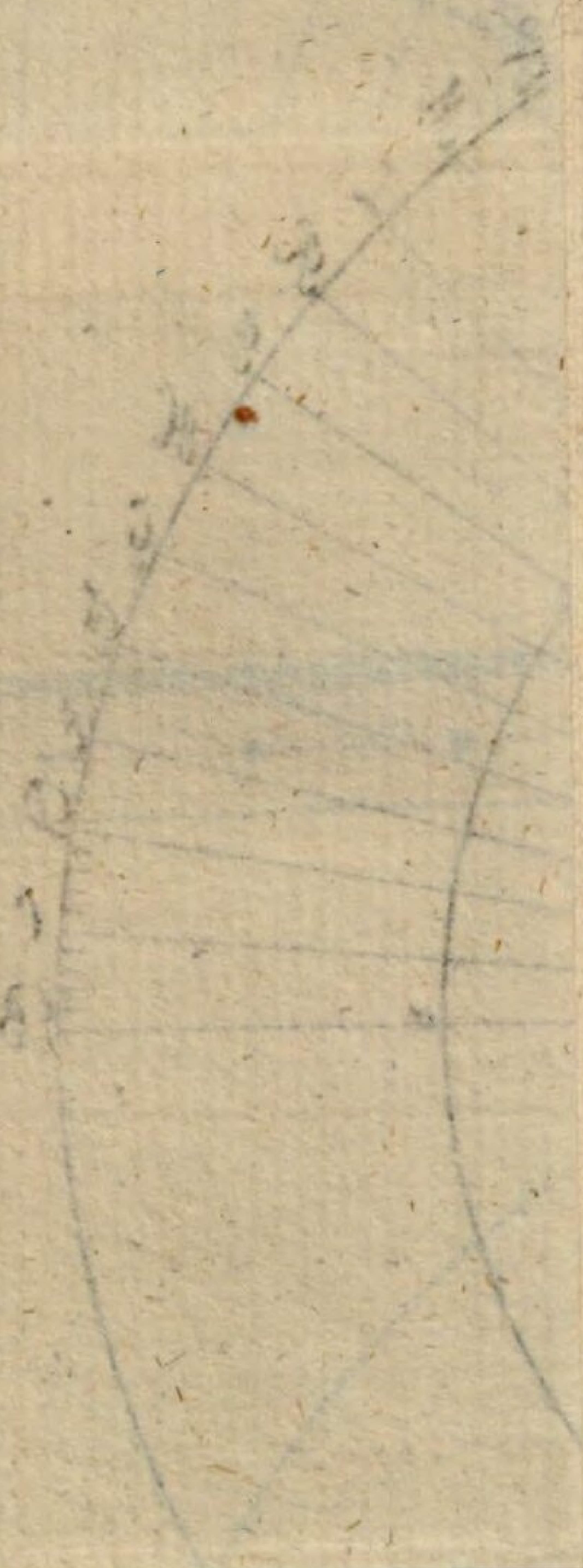
Als er hiemit zu Stande gekommen war, machte er zwey Scheitelwinkel, wovon der eine ein rechter, der andere stumpf war, und bildete dann daraus, indem er eines jeden Schenkel mit einer geraden Linie verband, zwey spitzwinklichte Dreyecke, deren Gleichheit und Aehnlichkeit er daraus bewies, daß die drey Winkel des einen, einzeln genommen, so groß waren, als diese drey Stücke im andern.

Ende des ersten Bändchens.

Erlangen,
gedruckt bey Adolph Ernst Junge.




F.38.
F
A
C
G
B
F.42.
m
n
o
A



F.76.

Bayerische StaatsBibliothek
Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Pöhlmann, Johann Paul,

Die ersten Anfangsgründe der Geometrie als Stoff zu Denk- und Sprechü
bungen benützt zum Gebrauche für ungeübte Lehrer in Bürgerschulen und den
untern Classen der Gymnasien herausgegeben
Bd.: 1

Fürth (1804)

Regensburg, Staatliche Bibliothek -- 999/Philos.2389(1
urn:nbn:de:bvb:12-bsb11111156-2